ディジタルモーションコントロールの新展開

藤本 博志 (長岡技術科学大学) 堀 洋一 (東京大学)

New Trend in Digital Motion Control

Hiroshi Fujimoto (Nagaoka University of Technology), Yoichi Hori (The University of Tokyo)

Abstract- In this paper, new trend in digital motion control is described. Especially, multirate twodegree-of-freedom controllers are introduced, where it is restricted that the sampling period of plant output is longer than the control period. The proposed controllers assure perfect tracking control (PTC), perfect disturbance rejection (PDR), and perfect state matching (PSM) at *M* inter-sampling points. The proposed approaches are applied to the position control of servomotors, hard disk drives, and visual servo systems, and the advantages are demonstrated. Finally, future themes of digital motion control are mentioned.

1 はじめに

近年のコンピュータ技術の発展に伴い、モータ・ロボット・ NC工作機・磁気及び光ディスク装置・電気自動車などメカニ カルシステムの制御は、コンピュータによって制御を行なうこ とが一般的になっており、「ディジタルモーションコントロー ル」はメカトロニクスにおける主流な技術となっている。

現在、これらの制御では、連続時間領域(アナログ)で設計 された制御器を離散時間(ディジタル)補償器に離散近似し、 制御入力をサンプル点間で一定値に保つ零次ホールド(シング ルレートサンプリング方式)を用いて制御する方式が広く用い られている。しかし、この手法では、制御器は近似により得ら れたものであるため、望ましい制御性能が得られる保証がない。 また、零次ホールドを前提としているため、設計の自由度が小 さくなるばかりでなく、不安定零点問題といったディジタル制 御系特有の問題を生じてしまっていた。

最近では急速に CPU の演算時間が高速化しているので、サ ンプリング周波数は十分速くなり、離散近似による制御器でも 十分高性能となると考える研究者も少なくないが、この考え方 は一部間違いがある。例えば、ハードディスク装置のヘッドの 位置決め制御系においては、サンプリング周波数は 5 kHz 程 度と非常に高速であるが、抑圧したい機械共振の 1 次モードが 2 kHz にあり、さらにヘッドを移動させる目標速度が最高で 1 kHz と非常に高速であるので、サンプリング周波数が十分に 早いとする仮定が成り立つ領域ではない。このように、いくら CPU が高速化したとしても、それに対応して要求される制御 性能も向上する上に、センサやアクチュエータの物理的な制限 も存在するので、ディジタル制御であることを強く意識した制 御系の設計はますます必要となりつつある。

本稿では、新しいディジタル制御方式であるマルチレートサ ンプリング制御をモーションコントロールへ適用した著者らの 最新の研究 [1] を紹介し、新世紀のモーションコントロールの 課題を考察する。

2 マルチレートサンプリング制御系

モーションコントロールにおけるディジタル制御系では、Fig.1 に示すように、参照値r(t)及び出力y(t)の2つのサンプラと制 御入力u(t)のホールダが存在し、それぞれの周期を T_r, T_y, T_u とすると、合計3つの時間周期が混在することになる。一般に 制御入力の周期 T_u は、アクチュエータや D/A 変換器の速度、 もしくは CPU の演算速度により決まり、出力の検出周期 T_y は、センサや A/D 変換器の速度により決定される。実際の制 御系においては、 $T_u \ge T_y$ のどちらか、あるいは両方に制限を 持っていることが多い。そこで、従来型のディジタル制御系で は、周期 $T_y \ge T_u$ の長い方に合わせて、これら3つの周期を



Fig. 1: Two-degree-of-freedom control system.

等しく構成するのが一般的である。

これに対して、著者らは文献 [2] で、 $T_r = nT_u$ とすれば、時 刻 T_r ごとに、制御対象が目標軌道に完全に追従する制御系が 構成できることを明らかにした。ここに、n は制御対象の次数 である。この結果は、入出力の周期が等しい ($T_y = T_u$) 通常の 制御系においても、マルチレートフィードフォワード制御とい う新しい制御構造を導入したことにより、従来不可能とされて いた完全追従 [3] を達成したという意味で、興味深いものとい える。

本稿では、 $T_u < T_y$ なるハードウエアの制限を持つディジタ ル制御系を仮定して、 T_y のサンプル点間に M回、完全追従制 御 (PTC)、完全外乱抑圧 (PDR) 及び完全状態一致 (PSM) を 達成するマルチレート 2 自由度制御系の設計法 [1, 4] を解説す る。一般に D/A 変換器が A/D 変換器よりも高速であることを 考えると、 $T_u < T_y$ となる制御系は非常に多いと想像できる。 特に、サーボ信号がある一定の間隔でしか得ることの出来ない ハードディスク装置 [5] や、ロボットの視覚サーボ系 [6] や、低 精度エンコーダによるモータの制御系などは、この好例である。

さらに文献 [1] では、相対的に長い制御周期を持つ制御対象 ($T_u > T_y$)や、サンプリング機構に特別なハードウエア制限を 持たず、サンプリング周期と制御周期が等しい系 ($T_u = T_y$)に 対しても、マルチレート制御系の設計論を展開している。

3 マルチレート2自由度制御系の設計

本節では、出力 y(t) のサンプリング周期 T_y が、制御入力 u(t) の周期 T_u よりも長い制御対象に対して、そのサンプル点 間の M 回の点において、制御対象の全状態変数が目標軌道に 誤差なく追従するマルチレートフィードフォワード制御器(完 全追従制御器)の設計を行なう。 さらに、サンプル点間の M回の点において、外乱の影響を零にするマルチレートフィード バック制御器(完全外乱抑圧制御器)の設計を行なう。本稿で 仮定しているような $T_y > T_u$ の関係を持つ制御対象に対して は、フレーム周期を $T_f = T_y$ と定義して、制御系を T_f の周期



Fig. 2: Multirate Sampling control.

で記述すれば、制御器の動作を明確にすることができる。さらに、1 サンプル点間で状態変数を評価する回数 M (これを状態多重度と呼ぶことにする)の決定法は、本論文では Fig.2 に示すようにサンプリング周期 T_y の間に制御入力を N 回切替えることができるとすると、M = N/n が整数となるように N, Mを決定するものとする。

また Fig.2 において、 $\mu_j(j = 1, \dots, N), \nu_k(k = 1, \dots, M)$ は入力切替え及び状態評価のタイミングを表すパラメータであ り、式 (1),(2) を満たすものとする。 T_f を等分割する場合には、 $\mu_j = j/N, \nu_k = k/M$ となる。

$$0 = \mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_N = 1 \tag{1}$$

$$0 < \nu_1 < \nu_2 < \dots < \nu_M = 1 \tag{2}$$

なお、本稿では連続時間制御対象 $P_c(s)$ が単入出力系と仮定 するが、多入出力系に関しては、[7] と同様な定式化を行なえ ば、以下の手法と並行した議論により容易に拡張できる [1]。

3.1 マルチレートサンプリングによる制御対象の離散化

単入出力 n 次の連続時間制御対象

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_c \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}_c \boldsymbol{u}(t) , \quad \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{c}_c \boldsymbol{x}(t)$$
(3)

に対して、Fig.2 に示すように出力のサンプリング周期 $T_y(=T_f)$ の間に入力を N 回切換えるマルチレートサンプリング制御を 適用することを考える。離散化された制御対象の状態方程式は、 $x[i] = x(iT_f)$ と書くと、

$$x[i+1] = Ax[i] + Bu[i], \quad y[i] = Cx[i]$$
 (4)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{C} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \stackrel{\triangle}{=} \begin{bmatrix} e^{\mathbf{A}_{\mathbf{c}}T_f} & \mathbf{b}_1 & \cdots & \mathbf{b}_N \\ \hline \mathbf{c}_c & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(5)

$$\boldsymbol{b}_{j} \stackrel{\triangle}{=} \int_{(1-\mu_{j})T_{f}}^{(1-\mu_{j})T_{f}} e^{\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{c}^{\tau}}} \boldsymbol{b}_{\boldsymbol{c}} d\tau , \ \boldsymbol{u} \stackrel{\triangle}{=} [u_{1}, \cdots, u_{N}]^{T} \quad (6)$$

として定式化できる。また、 $t = (i + \nu_k)T_f$ におけるサンプル 点間の状態 \tilde{x} の挙動は次式となる。

$$\tilde{\boldsymbol{x}}[i] = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}[i] + \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{u}[i] \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}} \mid \tilde{\boldsymbol{B}} \end{bmatrix} \stackrel{\triangle}{=} \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_1 \mid \tilde{\boldsymbol{b}}_{11} & \cdots & \tilde{\boldsymbol{b}}_{1N} \\ \vdots \mid \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{A}}_M \mid \tilde{\boldsymbol{b}}_{M1} & \cdots & \tilde{\boldsymbol{b}}_{MN} \end{bmatrix}$$
(8)

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_{k} \stackrel{\triangle}{=} e^{\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{c}}\nu_{k}T_{f}}, \quad \tilde{\boldsymbol{x}} \stackrel{\triangle}{=} [\boldsymbol{x}_{1}^{T}, \cdots, \boldsymbol{x}_{M}^{T}]^{T} \qquad (9)
\boldsymbol{x}_{k}[i] = \boldsymbol{x}[i+\nu_{k}] = \boldsymbol{x}((i+\nu_{k})T_{f}) \qquad (10)$$

$$\tilde{\boldsymbol{b}}_{kj} \stackrel{\triangle}{=} \begin{cases} \mu_{j} < \nu_{k} : & \int_{(\nu_{k} - \mu_{j})T_{f}}^{(\nu_{k} - \mu_{j})T_{f}} e^{\boldsymbol{A}_{c}\tau} \boldsymbol{b}_{c} d\tau \\ \mu_{(j-1)} < \nu_{k} \leq \mu_{j} : & \int_{0}^{(\nu_{k} - \mu_{(j-1)})T_{f}} e^{\boldsymbol{A}_{c}\tau} \boldsymbol{b}_{c} d\tau \\ \nu_{k} \leq \mu_{(j-1)} : & 0 \end{cases}$$



Fig. 3: Basic structure of TDOF control.

3.2 完全追従制御器 C₁[z] の設計

制御対象を目標軌道に追従させる追従制御系を、ディジタル 制御により実現する場合には、零次ホールドを用いて離散化す るときに生じる制御対象の不安定零点 [8] により、目標軌道に 完全に追従する制御系を構成することは不可能である [3]。

そこで本節では、マルチレートフィードフォワード制御を導入し、 $T_r (= T_y/M)$ ごとに入力される目標軌道に対して誤差無く追従する完全追従制御器 $C_1[z]$ を設計する。

離散時間制御対象の不安定零点問題は、一般化ホールド法[9] や N-delay 制御[10,11]を用いれば、制御対象の零点を任意に 配置できることから、解決できることが制御理論により明らか にされていた。しかしながら、この零点配置法[11]は制御入力 が加速と減速を繰り返す振動的なものになり、サンプル点間応 答が劣化するという問題点があることが知られている[12]。こ れに対して提案する手法は、制御対象の全状態に滑らかな目標 軌道を与えるので、マルチレートサンプリング制御を用いても、 このような問題点を生じないという特長を持つ[2]。

 $\operatorname{Fig.1}$ の制御系の制御則は、自由パラメータ $K, Q \in RH_{\infty}$ を用いて、

$$= C_1 r + C_2 y \tag{11}$$

$$= F\dot{x} + Qe_y + Kr \tag{12}$$

と表すことができるので、Fig.1 は Fig.3 の形に変換することが できる [2]。Fig.3 において、 $\mathcal{H}_{\mathcal{M}}$ はマルチレートホールド、Sはサンプラであり、太線はマルチレート信号であることを表す。 ここで、制御対象がノミナルであるとすると、オブザーバの 推定誤差は零 ($\hat{x} = x, e_y = 0$) であるので、式 (7)の制御対象 に、式 (12) なる制御則を施したシステムは次式となる。

$$\tilde{\boldsymbol{x}}[i] = (\tilde{\boldsymbol{A}} + \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{F})\boldsymbol{x}[i] + \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{r}[i]$$
(13)

ここで、Mn = N 及び $T_r = nT_u$ なる関係から \hat{B} は正則となるので [13]、

$$\tilde{\boldsymbol{A}} + \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{F} = \boldsymbol{O} , \quad \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K} = \boldsymbol{I}$$
(14)

となるように、F,K を次式と選ぶことができる。

$$\boldsymbol{F} = -\tilde{\boldsymbol{B}}^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}} , \quad \boldsymbol{K} = \tilde{\boldsymbol{B}}^{-1} \tag{15}$$

このとき、式(13)は、

u

$$\tilde{\boldsymbol{x}}[i] = \boldsymbol{r}[i] \tag{16}$$

となるので、サンプル点間の状態の目標値を $\tilde{x}^*[i]$ とするとき、 将来の目標値を使って、参照入力を $r[i] = \tilde{x}^*[i]$ と与えれば、 式 (16) は $\tilde{x}[i] = \tilde{x}^*[i]$ となりサンプル点間の T_r ごとの完全追 従制御が達成される。

ここで式 (11) の $C_1[z]$ は式 (17) に変形することができるの で [2]、 $C_1[z]$ は次式となる (Fig.4)。

$$\boldsymbol{C}_1[\boldsymbol{z}] = (\boldsymbol{M} - \boldsymbol{C}_2 \boldsymbol{N})\boldsymbol{K}$$
(17)

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{z}^{-1} \boldsymbol{F} \boldsymbol{B} , \ \boldsymbol{N} = \boldsymbol{z}^{-1} \boldsymbol{C} \boldsymbol{B}$$
(18)



Fig. 4: Implementation of the proposed controller.

ここに、M,Nは式 (4)の制御対象の右既約分解 $P[z] = NM^{-1}$ である。

制御対象が、モデル化誤差を持っている場合や外乱が存在す る場合でも、感度関数 S がロバスト安定性を満たしながらも十 分小さくなるようにフィードバック制御器 C₂[z] が設計されて いれば、完全追従に十分に近い特性が達成されることになる。

3.3 完全外乱抑圧制御器 *C*₂[*z*] の設計

本節では、外乱オブザーバの状態空間における設計法により、 サンプル点間に *M*回、完全外乱抑圧を補償するマルチレート フィードバック制御器 *C*₂[*z*]の設計を行う。制御対象として、 入力端に外乱を加えた次式のモデルを考える。

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{p}(t) = \boldsymbol{A}_{cp}\boldsymbol{x}_{p}(t) + \boldsymbol{b}_{cp}(\boldsymbol{u}(t) - \boldsymbol{d}(t))$$
(19)

$$y(t) = \boldsymbol{c}_{cp} \boldsymbol{x}_p(t) \tag{20}$$

外乱入力 d(t) のモデルが次式で表せるとする。

$$\dot{\boldsymbol{x}}_d(t) = \boldsymbol{A}_{cd} \boldsymbol{x}_d(t) , \ d(t) = \boldsymbol{c}_{cd} \boldsymbol{x}_d(t)$$
(21)

例えば、抑圧したい外乱が大きさが未知のステップ状であるなら

$$\boldsymbol{A}_{cd} = 0 \quad , \quad \boldsymbol{c}_{cd} = 1 \tag{22}$$

とし、振幅及び位相が未知で周波数 ω_d が既知の正弦波状であるなら、

$$\boldsymbol{A}_{cd} = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ -\omega_d^2 & 0 \end{bmatrix} , \quad \boldsymbol{c}_{cd} = [1, 0]$$
 (23)

と表す。式 (19),式 (21) を合わせた連続時間併合系は次式のようになる。

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_c \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}_c \boldsymbol{u}(t)$$

$$y(t) = \boldsymbol{c}_c \boldsymbol{x}(t)$$

$$(24)$$

$$(25)$$

$$oldsymbol{A}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{A}_{cp} & -oldsymbol{b}_{cp} oldsymbol{c}_{cd} \\ oldsymbol{O} & oldsymbol{A}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{0} \end{array}
ight], oldsymbol{x} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{x}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{0} \end{array}
ight], oldsymbol{x} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{x}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{x} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{x}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{x} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{x}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{c} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{x}_{cd} \end{array}
ight], oldsymbol{b}_{cp} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cp} \\ oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix}
ight], oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cd} \\ oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cd} \\ oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix}
ight], oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cd} \\ oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix} & oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix}
ight], oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix} & oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix}
ight], oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ riangle}{=} \left[egin{array}{cc} oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix} & oldsymbol{b}_{cd} \end{matrix}
ight], oldsymbol{b}_{cd} \stackrel{ rian$$

 $oldsymbol{c}_{c} \stackrel{ riangle}{=} [oldsymbol{c}_{cp}, oldsymbol{0}]$

式 (24) をマルチレートサンプリング制御を用いて離散化する と、 $t = (i + \nu_k)T_f$ におけるサンプル点間の状態の値 $x[i + \nu_k]$ は式 (7) の第 k 列により次式のように計算できる。

$$\boldsymbol{x}[i+\nu_k] = \tilde{\boldsymbol{A}}_k \boldsymbol{x}[i] + \tilde{\boldsymbol{B}}_k \boldsymbol{u}[i]$$
(26)

$$ilde{oldsymbol{A}}_k = \left[egin{array}{cc} ilde{oldsymbol{A}}_{pk} & ilde{oldsymbol{A}}_{pdk} \ egin{array}{cc} oldsymbol{ ilde{B}}_{pk} & oldsymbol{ ilde{B}}_{pk} \ egin{array}{cc} oldsymbol{ ilde{B}}_{pk} & oldsymbol{ ilde{B}}_{pk} \ oldsymbol{ ilde{O}} \end{array}
ight], ellowbol{ ilde{B}}_{k} = \left[egin{array}{cc} oldsymbol{ ilde{B}}_{pk} \ oldsymbol{ ilde{O}} \end{array}
ight]$$

ここで、式 (24) を式 (4) により離散化した制御対象に対し て、サンプル点上でのオブザーバをゴピナスの方法等で

$$\hat{\boldsymbol{v}}[i+1] = \hat{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{v}}[i] + \hat{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{y}[i] + \hat{\boldsymbol{J}}\boldsymbol{u}[i]$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}[i] = \hat{\boldsymbol{C}}\hat{\boldsymbol{v}}[i] + \hat{\boldsymbol{d}}\boldsymbol{y}[i]$$

$$(27)$$

$$(27)$$

$$(28)$$



Fig. 5: Multirate control with disturbance observer.

と構成し、Fig.5 に示すように次式のフィードバック制御則を施す。

$$\boldsymbol{u}[i] = \boldsymbol{F}_{p} \hat{\boldsymbol{x}}_{p}[i] + \boldsymbol{F}_{d} \hat{\boldsymbol{x}}_{d}[i] = \boldsymbol{F} \hat{\boldsymbol{x}}[i]$$
(29)

$$\boldsymbol{F} \stackrel{\Delta}{=} [\boldsymbol{F}_p, \boldsymbol{F}_d] \tag{30}$$

上式の F はフィードフォワード制御器設計時に用いた式 (12) の F とは異なるものとする。ここで、 e_v をオブザーバの状態 推定誤差 $e_v = \hat{v} - v$ とすると、 $\hat{x}[i] = x[i] + \hat{C}e_v[i]$ と表せる ことから [14]、式 (29) を式 (26) に代入して次式を得ることが 出来る。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{p}[i+\nu_{k}]\\ \boldsymbol{x}_{d}[i+\nu_{k}]\\ \boldsymbol{e}_{v}[i+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_{pk}+\tilde{\boldsymbol{B}}_{pk}\boldsymbol{F}_{p} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{pdk}+\tilde{\boldsymbol{B}}_{pk}\boldsymbol{F}_{d} & \tilde{\boldsymbol{B}}_{pk}\boldsymbol{F}\hat{\boldsymbol{C}}\\ \boldsymbol{O} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{dk} & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O} & \hat{\boldsymbol{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{p}[i]\\ \boldsymbol{x}_{d}[i]\\ \boldsymbol{e}_{v}[i] \end{bmatrix} (31)$$

ここで、第 3.2 節と同様に \tilde{B}_{pk} は行フルランクとなるので、すべての $k = 1, \dots, M$ において上式の (1,2) 成分が零となるように、すなわち

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_{pdk} + \tilde{\boldsymbol{B}}_{pk}\boldsymbol{F}_d = \boldsymbol{O} \tag{32}$$

となるように、 F_d を決定することができる。具体的には、上式をすべての $k = 1, \cdots, M$ において連立すると、

$$\hat{\boldsymbol{A}}_{pd} + \hat{\boldsymbol{B}}_{p}\boldsymbol{F}_{d} = \boldsymbol{O} \tag{33}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_{pd} \mid \tilde{\boldsymbol{B}}_{p} \end{bmatrix} \stackrel{\triangle}{=} \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_{pd1} \mid \tilde{\boldsymbol{B}}_{p1} \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{\boldsymbol{A}}_{pdM} \mid \tilde{\boldsymbol{B}}_{pM} \end{bmatrix}$$
(34)

を得るので、 F_d は次式となる。

$$\boldsymbol{F}_{d} = -\tilde{\boldsymbol{B}}_{p}^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_{pd} \tag{35}$$

このとき、サンプル点間の $t = (i + \nu_k)T_f$ において $x_d[0]$ によって発生する持続的な外乱 $x_d[i]$ から、制御対象の状態 $x_p[i + \nu_k]$ への影響を零にすることが出来る。また、サンプル点 上での $x_p[i], e_v[i]$ は $\tilde{A}_{pM} + \tilde{B}_{pM}F_p$ と \hat{A} の固有値(レギュ レータとオブザーバの極)で決定される速度で零に収束するの で、定常状態では $x_p[i + \nu_k] = 0$ となり、完全外乱抑圧が達成 される。レギュレータとオブザーバの極は、閉ループ系の極と なるので、後述の例に示すようにロバスト安定性を満たす範囲 で、できるだけ高帯域化するように決定することになる。 ここで、式 (29) を式 (27) に代入して整理すると、

$$\begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{v}}[i+1] \\ \boldsymbol{u}[i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{A}} + \hat{\boldsymbol{J}} \boldsymbol{F} \hat{\boldsymbol{C}} & \hat{\boldsymbol{b}} + \hat{\boldsymbol{J}} \boldsymbol{F} \hat{\boldsymbol{d}} \\ \hline \boldsymbol{F} \hat{\boldsymbol{C}} & \boldsymbol{F} \hat{\boldsymbol{d}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{v}}[i] \\ \boldsymbol{y}[i] \end{bmatrix} (36)$$

となるので、Fig.5の制御系はフィードバック制御器型に変換 することができる。



Fig. 6: Experimental results of PTC for servomotor

さらに文献 [4] では、サンプル点間の状態変数の推定値から F_p を計差し、ホールドによる大きな位相遅れを補償する手法 を提案している。

4 モーションコントロールへの応用

4.1 完全追従制御によるサーボモータの制御

まず最初に、ハードウエアによるサンプリングの制限を持た ない $(T_u = T_y)$ シンプルな系として、DD ロボットのサーボ モータの追従制御系を考える。この場合にも、 $T_r = nT_u$ なる マルチレートフィードフォワード制御を適用することにより、 従来のシングルレート制御よりも高い追従特性を発揮させるこ とができる [2]。

制御対象として、次式で表される電流制御されたサーボモー タを考える。

$$P_c(s) = \frac{K}{Js^2} \tag{37}$$

上式を零次ホールドを用いてサンプリング周期 T で離散化す ると、

$$P[z] = \frac{T^2 K}{2J} \frac{z+1}{(z-1)^2}$$
(38)

と不安定零点 –1を持つので、シングルレート系では完全追従 は不可能であることがわかる。そこで、提案するマルチレート フィードフォワード制御により完全追従制御系を設計する。

目標軌道を周波数 4[Hz] の正弦波状としたときの実験結果を Fig.6 に示す。制御対象は 2 次系であるので、入力多重度は 2 となる。ここでは、 $T_y = T_u = 15$ [ms], $T_r = 30$ [ms] と選ん だ¹。また、フィードバック制御器は積分要素をもつ H_{∞} ロバ スト制御器を使用した。

Fig.6 の実験結果では、文献 [3] の従来型の 2 つの手法 (SPZC 法及び ZPETC 法)と提案する手法を、短い方の制御入力の周 期 T_u を等しくして、比較を行なう。よって、シングルレート系 である SPZC 法及び ZPETC 法では、 $T_y = T_u = T_r = 15$ [ms] となるので、目標値のサンプリング周期 T_r は本手法のほうが 2 倍に長くなる。それにも関わらず、本手法のほうが追従性能 が向上しているという結果を得ていることに注意したい。

Fig.6(a)(b)より、従来型の手法では、離散化した制御対象の 不安定零点の影響により大きく追従誤差を生じているが、提案 する手法では、目標軌道のサンプリング周期*T_r*ごとに目標軌 道に完全に追従しており、サンプル点間の誤差も非常に小さい ことが分かる。

4.2 完全追従制御による磁気ディスク装置のシーク制御

磁気ディスク装置では、Fig.7 に示すように、ヘッドの位置 信号はデータトラックの間にある一定間隔で埋め込まれており、







_

Fig. 8: Simulation results of PTC for HDD

		ال أحد			C	irrer	nt(0.2	5A/d	iv)
	n n	1	171	111	1111	.11	,	, , , ,	111
_					1	1.4.1.	L	l	[T. T
					Pos	ition	(1.60	um/d	iv)
					Time(0.5ms/div)				

Fig. 9: Experimental results of PTC for HDD

この信号を一定周期で検出するので、出力のサンプリング周期 T_y は、この周期に固定される。一方、CPUを高速化すれば、 制御入力の周期は高速化できるので、この系は $T_u < T_y$ なる 制限を持つ系とみなすことができる。

文献 [5] では、磁気ディスク装置のヘッドの位置決め制御系 における高速移動モード (シークモード)に対して、本稿で紹 介した完全追従制御を適用している。制御対象は、むだ時間を 持つ2 重積分系とモデル化し、完全追従制御系をむだ時間に対 応できるように、理論拡張を行った。実験装置のサンプリング 周期は $T_s = 138.54[\mu s]$ であり、この4倍の周波数で制御入力 を切り替えることができる。また、この制御対象は、ナイキス ト周波数 3.6 [kHz] に対して、機構共振が 2.7[kHz] に存在し、 また本研究では1トラックシークの目標値を3サンプリングタ イム (2.4[kHz]) と設定したので、非常に制御が困難な系である といえる。

この制御対象に対して、入力多重度 N = 4 で完全追従制御器を設計した。制御対象の次数が n = 2 であるので、1サンプル点間に N/n = 2回の完全追従を保証することができる。

Fig.8(a) に、提案手法と ZPETC 法の目標値応答特性の周波 数応答を示す。提案手法は、完全追従を保証しているので目標 値応答特性が全周波数領域で1であるが、ZPETC 法では高周 波領域において、そのゲインが1から低下していることが分か る。従って、目標軌道が数 kHz 程度の成分を持つショートスパ ンシークにおいては、提案手法により高速化が可能となる。ま た、目標値応答特性が1という理想的なものであることから、 目標軌道の設計・チューニングが容易になることも、提案手法 の長所であるといえる。磁気ディスク装置のシーク制御におい

¹Fig.6の実験結果においては、出力信号を15[ms]よりも十分に短い周期で検出し、サンプル点間応答も含めて表示している。各周期を比較的長く設定したのは、追従誤差の比較結果を明確にするためである。

Table 1: Experimental seeking-time.

	PTC	ZPETC	Conventional
1trk	$3.17T_{s}$	$3.77T_{s}$	$4.14T_{s}$
6trk	$8.66T_{s}$	$9.57T_{s}$	$14.0T_{s}$



Fig. 10: Two-link DD robot with camera.



Fig. 11: Visual servo system.

ては、共振モードを励起しないような目標軌道の設計に、ある 程度の試行錯誤は避けられないが、この特性によりその労力を 軽減することが可能となる。

Fig.8(b) に1トラックシークのシミュレーション結果を示す。 提案手法 (PTC) は目標軌道 $(y_d(t))$ に誤差なく追従している が、ZPETC 法は大きく追従誤差を生じ、その結果シーク時間 (残り距離が $0.4[\mu m]$ を切るまでの時間と定義した)が増大し ていることが分かる。さらに、Fig.9 に示した実験結果からも、 目標軌道の設計通り、提案手法は 3 サンプリング周期でシーク 動作を達成していることが分かる。

Table 1 に、2000 回のシーク動作を実験により測定した、平 均シーク時間の比較結果を示す。表中の「従来手法」とは、従 来から広く用いられてきたセトリング法 [15] により得られた 結果である。最も発生する頻度が高い短距離シーク (1[trk]) に おいて、提案手法は、従来手法よりも 31%、ZPETC 法よりも 19%高速化できていることが分かる。また中距離シーク (6[trk]) においても、従来手法よりも 5 サンプル以上高速化が達成され ていることが確認できる。

さらに本手法は、文献 [16] により実装上の改良が加えられ実際に製品化された事実からも、非常に実用的な手法であることが分かる。

4.3 完全外乱抑圧制御によるロボットマニピュレータ のビジュアルサーボ

本節では、Fig.10 に示すように、ロボットハンドの先端に取 り付けられたカメラにより撮像された画像情報に基づき、周期 的な運動をする物体をトラッキングすることを考える。ここで、 画像のサンプリング周期は通常 33 [ms] 以上とジョイントサー



Fig. 12: Experimental results of PDR for visual servo system.

ボ系の制御周期(1[ms]以下)に比べて非常に長いので、提案手法は適用可能であるといえる[6]。

提案する制御系を Fig.11 に示す。まず、インナーループとなるジョイントサーボ系はカメラの位置を制御するために作業空間上の位置制御系を構成する [17]。ここで、 x_c^{ref} をアウターループであるビジュアルサーボ系の制御入力 u と考えると、インナーループのサンプリング周期は 1[ms] と非常に短いので、アナログ系と近似できる。また、本稿ではカメラを物体の真下に位置決めすることを考え、目標画像特徴量 ξ^{ref} を零とする。物体の運動は出力端の外乱 x_o とみなすことができ、その運動が周期的であれば、式 (21)の外乱モデルを

$$d(t) = a_0 + \sum_k a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \tag{39}$$

とすることにより、効果的に抑圧されるので、精度よくトラッキングすることができる。また、撮像モデルの逆変換 $\iota^{-1}(\theta)$ を使用することにより、Fig.11 の制御系は対角化と線形化がなされ、 x 及び y 軸に対して、独立に制御系を構成することができる。本実験装置では、画像特徴量を 100[ms] の周期で検出することが可能であるが、サンプル点間応答が比較できるように、制御に使う画像情報のサンプリング周期 T_y を 400 [ms] とした。ロボットの位置指令値 x_c^{ref} は、この 4 倍の周波数で生成した。すなわち、 $T_u = T_y/4 = 100$ [ms] であり、入力多重度 N は 4 である。

Fig.12 に実験結果を示す。Fig.12(a) に示すように、提案手 法は外乱モデルに基づきサンプル点間で外乱を抑圧するように 制御を行っているので、従来手法よりも画像平面上における追 従誤差が非常に小さいことが分かる。また図(b)に示すように 提案するマルチレート制御器は、きめ細かな制御入力を生成し ており、その結果、図(c)のカメラ位置の応答が非常に滑らか になっている。図(d)は、物体の運動の速度に対する誤差率の 大きさを示したものである。従来のシングルレート制御では、 物体の高速運動に対して大きな誤差を生じているが、提案手法 では誤差が非常に小さいことが確認できる。

4.4 完全状態一致制御による制御器の離散化

第3節で提案した入力多重型マルチレート制御を適用すれば、 フィードフォワード特性は式 (13)の F, Kにより、フィード バック特性は式 (31)の F_p, F_d により任意に設定できること



Fig. 13: Experimental results of PSM for robust servo system.

が明らかである。従って、その係数行列が零行列や単位行列で はなく、理想モデルに一致するように制御を行うことも可能で ある。文献 [1] では、この制御方式を完全状態一致制御と呼ん でいる。

Fig.13 にこの制御方式を、外乱オブザーバを用いたサーボ モータのロバスト位置制御系における制御器の離散化問題に適 用した実験結果を示す [7]。Fig.13(a) に示すように、制御周期 $T_u = 0.2$ [ms] と十分に小さい場合には、従来手法(Tustin 変 換法) でも十分良好な性能を得ることができる。しかしながら、 制御周期を $T_u = 8$ [ms] と大きくすると、従来手法は不安定化 するのに対して、提案手法は望ましい特性を保存していること が分かる。従って提案手法により、より限界に近い高性能な設 計が可能となることが分かる。

さらに、文献[18]ではハードディスクの2慣性系モデルに対 する振動抑制制御問題に本手法を適用すれば、ナイキスト周波 数に近い機構共振モードの制御が可能となることを示している。

5 ディジタルモーションコントロールの将来

次に将来のディジタルモーションコントロールの課題の私見 を述べる。将来のモーションコントロールの一つの大きな課題 は、近年のコンピュータ技術の急速な発展によって得られた豊 富な計算量をいかに有効利用し、大きな制御性能を得るかとい うことにあると考えられる。本稿で述べたマルチレート制御器 も、センサのサンプリング機構により制限されている周期の間 に、CPU の高速処理を利用して、制御入力を高速に生成する という手法であるので、その一つの解である。

現在のモーションコントロールで利用されている制御器は、 最も簡単な線形時不変のものが主流であるが、現在のコンピュー タの性能をフルに活用すれば、より幅広いクラスの制御器を構 成できるはずである。マルチレート制御器も、線形であるが時 変(周期時不変)のものであり、これまでの制御器のクラスを 一歩広げたものである。さらには、非線形の制御則や学習・適 応を含むよりインテリジェントなものや、フォールトトレラン ス系など多機能化したもの[19]まで考えると、我々が取り組ま なければならないテーマは無限にある。

20世紀の後半は、コンピュータ技術を中心とする情報・通信 分野の発展が著しかった。ディジタルモーションコントロール は、コンピュータと情報通信網が形成する仮想空間から実世界 に物理的に働きかける唯一の技術であるので、21世紀には飛躍 的に発展する可能性を秘めている。従って「新しいディジタル モーションコントロール」の研究は、これからが旬であり研究 者の努力とブレークスルーが期待される。

6 結論

本稿では、ディジタルモーションコントロールの新展開とし て、マルチレートサンプリング制御系を中心とした著者らの研 究成果を紹介した。さらに、モーションコントロールの将来展 望とその課題を述べた。 最後に、いつもご指導頂いている長岡技術科学大学の近藤正 示教授と大石潔助教授に深く感謝する。また、本研究の一部は文 部科学省科学研究費補助金によって行なわれたことを付記する。

参考文献

- H. Fujimoto: "General Framework of Multirate Sampling Control and Applications to Motion Control Systems", PhD thesis, The University of Tokyo (2000).
- [2] 藤本,堀,河村: "マルチレートフィードフォワード制御を用いた 完全追従制御",計測自動制御学会論文集,36,9,pp.766-772 (2000).
- [3] M. Tomizuka: "Zero phase error tracking algorithm for digital control", ASME, J. Dynam. Syst., Measur., and Contr., 109, pp. 65–68 (1987).
- [4] H. Fujimoto, Y. Hori, T. Yamaguchi and S. Nakagawa: "Proposal of perfect tracking and perfect disturbance rejection control by multirate sampling and applications to hard disk drive control", Conf. Decision Contr., pp. 5277–5282 (1999).
- [5] 藤本,堀、山口、中川: "マルチレートサンプリングを用いた完全追従制御法による磁気ディスク装置のシーク制御",電学論 D, 120, 10, pp. 1157–1164 (2000).
- [6] H. Fujimoto and Y. Hori: "Visual servoing based on multirate sampling control", IEEE Int. Conf. Robotics and Automation (2001). (to be presented).
- [7] 藤本,河村: "N-delay 制御を用いた新しいディジタル再設計法", 電学論 D, 117, 5, pp. 645–654 (1997).
- [8] K. J. Åström, P. Hangander and J. Sternby: "Zeros of sampled system", Automatica, 20, 1, pp. 31–38 (1984).
- [9] P. T. Kabamba: "Control of linear systems using generalized sampled-data hold functions", IEEE Trans. Automat. Contr., 32, 9, pp. 772–783 (1987).
- [10] 美多,千田: "多入出力 2-delay ディジタル制御の提案と応用",計 測自動制御学会論文集,24,5,pp.467-474 (1988).
- [11] K. L. Moore, S. P. Bhattacharyya and M. Dahleh: "Arbitrary pole and zero assignment with N-delay input control using stable controllers", Conf. Decision Contr., pp. 1253– 1258 (1989).
- [12] K. L. Moore, S. P. Bhattacharyya and M. Dahleh: "Capabilities and limitations of multirate control schemes", Automatica, 29, 4, pp. 941–951 (1993).
- [13] M. Araki and T. Hagiwara: "Pole assignment by multiratedata output feedback", Int. J. Control, 44, 6, pp. 1661–1673 (1986).
- [14] 美多, 原, 近藤: "基礎ディジタル制御", コロナ社 (1988).
- [15] 山口, 宍田, 遠山, 平井: "モード切り替え型制御系の初期値補償 設計と磁気ディスク装置ヘッド位置決めサーボ系への適用", 計測 自動制御学会論文集, 31, 6, pp. 780-788 (1995).
- [16] S. Nakagawa, T. Yamaguchi, H. Fujimoto and Y. Hor: "Multi-rate two-degree-of-freedom control for fast and vibration-less seeking of hard disk drives", Amer. Control Conf. (2001). (to be presented).
- [17] 村上、大西: "ロバスト制御に基づいた多自由度ロボットの安定性および作業空間での非干渉制御に関する一考察",電学論 D, 113-D, 5, pp. 639-646 (1993).
- [18] H. Fujimoto and Y. Hori: "Vibration suppression and optimal repetitive disturbance rejection control in semi-nyquist frequency region using multirate sampling control", Conf. Decision Contr., pp. 691–700 (2000).
- [19] 鈴木,村上,梅野,藤本: "モーションコントロールの多機能化と 将来",電気学会産業応用部門全国大会シンボジウム (2001).