

加速度変化率の微分値を考慮した目標軌道設計法と 高速高精度位置決め制御系への適用

張 炳勳, 堀 洋一 (東京大学)

Design of Target Trajectory considering Derivative of Jerk and its application to high speed-high precision positioning control system

Byung-Hoon Chang, Yoichi Hori (The University of Tokyo)

Abstract

Head-positioning accuracy of hard disk drives has been improved to meet the demand for larger data capacities. The basic structure of head-positioning control system is the mode-switching control with the fast access and the fine positioning servo loops. In the meantime, the two-degree of freedom controller has been used in the fast access servo control.

However, in order to realize the two-degree of freedom controller for high speed-high precision positioning, it is important how well we design the Target Trajectory considering mechanical vibration suppression. The objective of this paper is to introduce the design method of target trajectory that realizes a quick and accurate head-seek control in hard disk drive system.

キーワード: 磁気ディスク装置、目標軌道設計法、2自由度制御、最適制御
(Hard Disk Drive, Target Trajectory, TDOF control, optimal control)

1 はじめに

磁気ディスク装置は半導体メモリと異なり、データの書き込み読み出しにヘッドの駆動という機械的な動作を伴う。この動作をいかに速く正確に行うかがヘッド位置決め制御技術と呼ばれる要素技術であり、従来より多くの研究がなされている。

一般的に、ヘッド位置決めサーボ系は、現在のトラックから目標トラックの近傍まで高速に移動させるシーク制御系と、目標トラックの中心に整定させるセトリング制御系を径由して精密に目標トラックに位置決めされる。その後データの記録または再生動作が行われる。このとき、ヘッドは目標トラックに正確に位置決めされ続けなければならない。回転しているディスクは様々な振動を生じ、またヘッドも振動するので、目標トラックに追従させるフォロイング制御系が必要である。

このように、位置決め動作は、大きくシーク、セトリング、フォロイング制御系の3つのモードからなる。従って、従来の制御系では上記3種類の制御系を切替えて使用するモード切替え型制御系が一般的であった。[2][3]

ただし、急な制御モードの切替えは整定の遅れや残留振動などの問題を生じるため、切替え時の制御器の状態変数の初期値を適切に設定することにより、この過渡応答を抑圧する手法に関する研究などが行われてきた[4]。これに対して、近年、フィードバックとフィードフォワード制御を併用する2自由度制御が、制御系の切替えをすることなく位置制御のみで高速シークができる手法として注目され

ている。特に、この制御方式の一つの特長でもあるフィードフォワード制御は長サンプリング時間サーボ系におけるシーク動作の高速化に関して、フィードバック制御のみの従来方式より高い能力を有していることが知られている。[1][5][6][7] この2自由度制御系の場合には切替えに伴う問題は生じない。ところが、高速高精度シーク動作を実現するためにはどのような目標軌道を設計して制御系の入力として利用するのが特に重要な問題となる。

今まで提案されて来た目標軌道生成手法としては、制御の操作量をバングバング波形に近付けるような軌道設計手法[6]、VCM(Voice Coil Motor)の逆起電力を考慮した設計手法[7]、最適制御に基づく加減速対称形の軌道設計手法(SMART)[8][9]などが挙げられる。特に、上記SMARTの設計手法は、急激な加速度の変化を抑えることによって振動成分をできるだけカットし、結果的にシーク時間を短くすることができる手法として注目されてきた。しかし、図1のように、その目標軌道の結果から見ると、まだ、シークの始めと終わり部分の加速度変化率が大きいことが分かる。

本論文では、2自由度制御系の高速高精度シークを実現するために特に重要な役割を果たす目標軌道生成モデルの一つの設計法を提案する。

本手法は、振動の原因となる加速度変化率を最小化しながらシーク時間を短縮することを目的とする。そのための接近方法として、加速度変化率を最小化するための新たな評価関数を作り、最適制御理論に基づいて目標軌道を生成する方法を考える[1]。本目標軌道設計手法により、

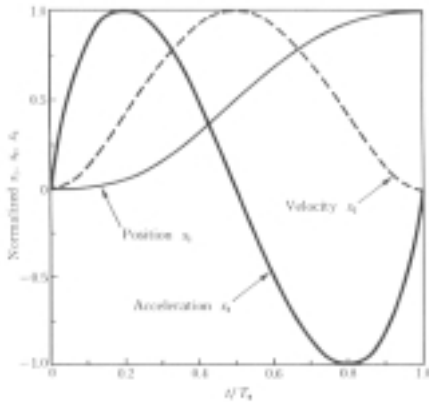


図 1: スマートコントロール状態値

SMART で問題となった初めと終わり部分の大きい加速度変化率の抑圧効果を得ることが出来る。また、本手法による目標軌道を磁気ディスクのシーク制御系に使うと、振動成分を抑えられ高速高精度なシーク制御系を設計することが出来ると思われる。

2 提案する加速度変化率の微分値を考慮した目標軌道生成法

提案する手法は、振動の原因となる加速度変化率を最小化しながら高速高精度位置決め制御系のシーク時間を短縮することを目的とする。

そのための接近方法として、加速度変化率を最小化するための新たな評価関数を作り、最適制御理論に基づいて目標軌道を生成する方法を考える [1]。

まず、VCM のモデルを図 2 のようにして、理論を展開する。

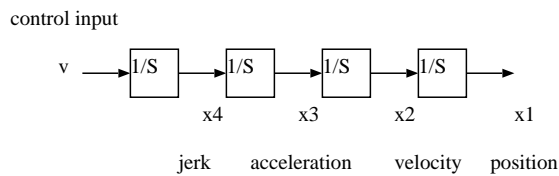


図 2: Model of VCM

状態方程式は式 (1) のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (1)$$

ただし、 x_1 :位置、 x_2 :速度、 x_3 :加速度、 x_4 :加速度変化率である。つまり、加速度変化率 x_4 を新たな状態変数として入れた形である。

そして、軌道を生成するために評価関数を式 (2) のように作る。式 (2) は、位置、速度、加速度、加速度変化率はもちろん、加速度変化率の微分値の二乗積分も、 $v^T(t)Rv(t)$ として含むものとなっている。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [x^T(t)Qx(t) + v^T(t)Rv(t)] dt + \frac{1}{2} x^T(t_f)Sx(t_f) \quad (2)$$

アクセス時間を t_f 、アクセス距離を a とすると、境界条件は式 (3) のようになる。

$$x(0) = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, x(t_f) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

線形システムの場合のハミルトニアンは式 (4) のようである。

$$H = \frac{1}{2} (x^T(t)Qx(t) + v^T(t)Rv(t)) + \lambda^T (Ax(t) + Bv(t)) \quad (4)$$

正準方程式は、

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = Ax + Bv \quad (5)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -Qx - A^T \lambda \quad (6)$$

であり、 x と λ はこの線形微分方程式に従って変化する。また、停留条件から、最適制御入力

$$v = -R^{-1}B^T \lambda \quad \left(\frac{\partial H}{\partial v} = Rv + B^T \lambda = 0 \right) \quad (7)$$

となる。

この最適制御入力を式 (5) に代入すると、上記正準方程式は式 (8) のようにまとめられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、まず自由終端値問題を考えると、横断性条件から、

$$\lambda(t_f) = Sx(t_f) \quad (9)$$

となる。

さてここで、次の仮定、

$$\lambda(t) = P(t_f - t)x(t) \quad (10)$$

をして、2点境界値問題を1点境界値問題に直す。

式 (8) と式 (10) より、Riccati 行列微分方程式、

$$\dot{P}(\tau) = P(\tau)A + A^T P(\tau) - P(\tau)BR^{-1}B^T P(\tau) + Q \quad (11)$$

が得られる。ただし、 $\tau = t_f - t$ である。

境界条件は、 $\lambda(t_f) = Sx(t_f) = P(t_f - t_f)x(t_f) = P(0)x(t_f)$ より、 $P(0) = S$ である。

さて、HDD のシーク制御のように、 $t = t_f$ において、 $x(t_f)$ をはっきり固定したい場合は、 $S = P(0) = \infty$ とすればよいことになる。

ここで、 $PP^{-1} = I$ を用いれば、

$$\dot{P}^{-1}(\tau) = -AP^{-1}(\tau) - P^{-1}(\tau)A^T + BR^{-1}B^T - P^{-1}(\tau)QP^{-1}(\tau) \quad (12)$$

のように P^{-1} に関する Riccati 行列微分方程式が得られる。すなわち、 $P^{-1}(0) = 0$ という初期値から出発して P^{-1} に関する Riccati 行列微分方程式を解くことができる。最終的にその解を利用して式 (8)(10) から、

$$\dot{x}(t) = (A - BR^{-1}B^T P(\tau))x(t) \quad (13)$$

と言う微分方程式を得る。この微分方程式を解いて、 $x(t)$ 、すなわち、目標軌道を生成する。

3 軌道生成例 (数値計算)

3.1 重み Q (一定値) の変化による軌道変化

2章の Riccati 行列微分方程式 (式 (11),(12)) とその解に基づいて目標軌道である $x(t)$ を求める (式 (13)) ために数値計算を行う。重みは、

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 \end{bmatrix}, R = 1 \quad (14)$$

として、上記 Riccati 行列微分方程式を MATLAB を利用して解いた。そして、その解 ($P(\tau)$) に基づいて目標軌道を作るために、式 (13) の連立微分方程式を MATLAB で設計して解を求めた。この数値計算の結果から、求められる軌道は重み q_1, q_2, q_3 の値にはほとんど依存せず、加速度変化率の重み q_4 だけによって変化することが確認できる。 q_4 に依って変化する加速度の軌道を図 3 に示した。

この図では、 $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ としている。

この図から、加速度変化率の絶対値の最大値は $q_4 = 2 \times 10^6$ のとき、最小であることが確認できる。また、始めと終わり部分の加速度変化率は $q_4 = 0$ のときに最小であることも確認できる。

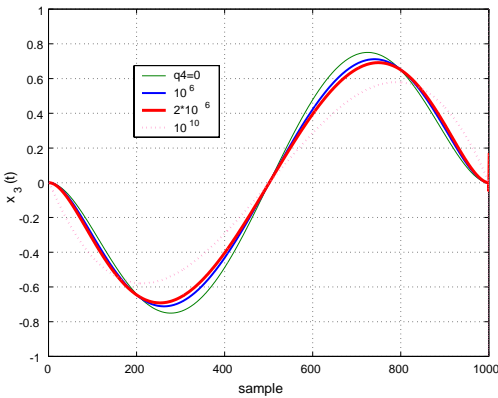


図 3: q_4 の変化による加速度軌道の変化

(注) $q_4 = 0$ は、加速度変化率の微分値だけが評価関数に含まれることを意味している。

3.2 本手法の数値計算に基づいた SMART 理論の補完

3.1 節の数値計算の結果により、ある特別なケース、すなわち、評価関数 (式 (2)) において状態に対する重み $Q = 0$ のときは加速度変化率の微分値の自乗積分だけが評価関数に含まれるから加速度変化率が抑えられると期待される。

このことは加速度変化率と言う新たな状態変数を設け最適制御理論を適用することによって、機械振動の原因となる加速度変化率を抑えることもできるし、特に、各状態に対する重み $Q = 0$ のときは SMART 理論と同じように目標軌道の数式化も出来るという利点が生じる。

各状態に対する重み $Q = 0$ のときの最適制御理論の解は数式を用いて式 (15, 16, 17, 18) のように表現される。

$$x_1(t) = -20a\left(\frac{t}{T_0}\right)^7 + 70a\left(\frac{t}{T_0}\right)^6 - 84a\left(\frac{t}{T_0}\right)^5 + 35a\left(\frac{t}{T_0}\right)^4 \quad (15)$$

$$x_2(t) = \frac{a}{T_0}[-140\left(\frac{t}{T_0}\right)^6 + 420\left(\frac{t}{T_0}\right)^5 - 420\left(\frac{t}{T_0}\right)^4 + 140\left(\frac{t}{T_0}\right)^3] \quad (16)$$

$$x_3(t) = \frac{a}{(T_0)^2}[-840\left(\frac{t}{T_0}\right)^5 + 2100\left(\frac{t}{T_0}\right)^4 - 1680\left(\frac{t}{T_0}\right)^3 + 420\left(\frac{t}{T_0}\right)^2] \quad (17)$$

$$x_4(t) = \frac{a}{(T_0)^3}[-4200\left(\frac{t}{T_0}\right)^4 + 8400\left(\frac{t}{T_0}\right)^3 - 5040\left(\frac{t}{T_0}\right)^2 + 840\frac{t}{T_0}] \quad (18)$$

また、図 4 は式 (15, 16, 17, 18) を定規化した各状態値の軌道を表している。図 4 より、初めと終わり部分の加速度が滑らかに変化していることが確認できる。

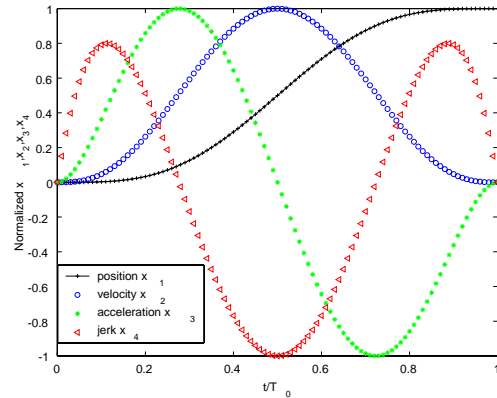


図 4: 数式化された各状態値 (スマート軌道の補完)

4 磁気ディスク位置決め制御系への適用 (シミュレーション)

4.1 比較対象

- バングバング波形に近付けるような操作量に基づくモデル追従制御系 [6]
- SMART 理論に基づく位置決め制御系

図5はモデル追従制御による磁気ディスクのシーク制御系を表している。

この制御系に使われている目標速度軌道は目標トラックまでの残り距離に応じて生成され、高速な移動を実現するために操作量をバングバング波形に近付けるように設定される。ただし、目標トラックの近くでは、滑らかに減速する軌道が使われている。

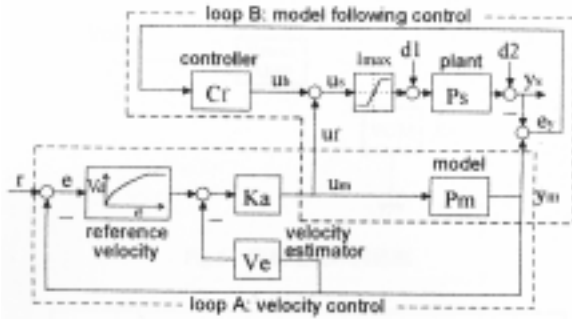


図 5: モデル追従制御によるシーク制御系

4.2 シミュレーションの方法

- まず、制御対象である磁気ディスク装置の *Voice Coil Motor* のモデルとして不安定零点を有する場合を考慮する。
- また、目標軌道としては、各状態での重み $Q = 0$ の時の数式化された軌道 (図 4) を利用した。

4.2.1 シミュレーション構成図

図6は本目標軌道設計手法の有効性を検証するための理想的なブロックダイアグラムである。

制御系の切替えをすることなく位置制御のみで高速シーク動作が実現できる手法として注目されている2自由度制御系の構造を持っている。すなわち、エラー圧縮特性にかかわるフィードバックコントローラと目標値追従特性にかかわるフィードフォワードコントローラを有して、2自由度的にシーク制御を行っている。

ただし、本シミュレーションではエラー圧縮特性にかかわるフィードバックコントローラの方は上記比較対象と同一なコントローラとしている。

一方、フィードフォワード制御器としては、図6のように制御対象の逆システムを入れ、零極点相殺の効果により

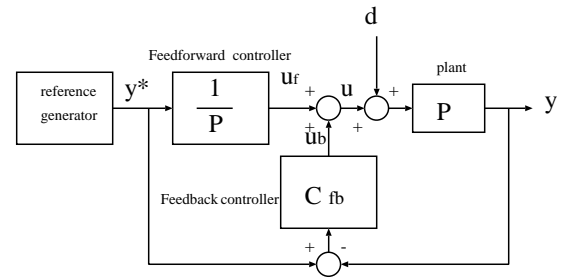


図 6: 理想的な位置決め制御系

目標値応答特性を改善するのが一般的である。しかし、このように制御対象に不安定零点が存在する場合、その逆システムであるフィードフォワードコントローラ自体が不安定系になり、制御系全体が発散することになる。

そこで、本手法において全ての状態に対する目標軌道が生成されていることに着目、フィードフォワードコントローラは式 (19) のようにテラ展開により近似計算して設計した。

$$\frac{1}{P}y^* = K_1s^2y^* + K_2s^3y^* = K_1a^* + K_2j^* \quad (19)$$

図7は本提案手法により生成される目標軌道の有効性を検証するための再構成した位置決め制御系である。

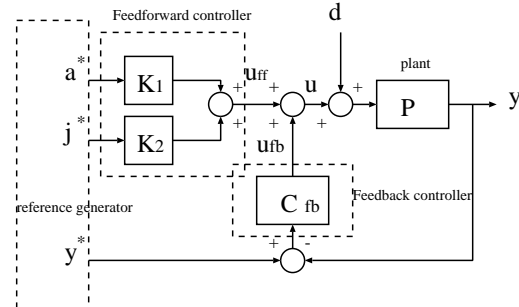


図 7: 再構成した位置決め制御系

4.2.2 アクセス時間の決め

数式化された軌道の加速度変化率のピーク値は、

$$x_4|_{max} = \frac{52.5a}{T_0^3} \quad (20)$$

となる。そして、実際の HDD においては、

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{L} \quad (21)$$

となる。ただし、 L は *coil inductance*、 E は *power supply* 電圧である。したがって、最小アクセス可能時間は、

$$T_0 = \sqrt[3]{52.5a \frac{m \cdot L}{Bl \cdot E}} \quad (22)$$

となる。ただし、 m は質量、 Bl はモータ力定数である。
 しかし、今回のシミュレーションでは、重み Q の変化による目標軌道を適用する際にも適用できるよう、バングバング操作量に基づくモデル追従制御系より高速位置決めができるように目標軌道のアクセス時間を決めてシミュレーションを行った。

図 8 は目標アクセス時間による応答特性を表したものである。

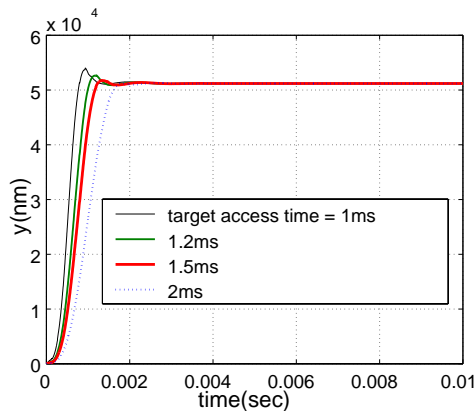


図 8: 目標アクセス時間による応答特性

図 8 に基づき、目標アクセス時間を 1.5msec としてシミュレーションを行った。

4.3 シミュレーションによる比較

図 7 のシミュレーションモデルに基づいて、移動距離 $51.2\mu\text{m}$ (100トラック)、目標移動時間 1.5msec の場合のシミュレーションを行った。

図 9、10 は本シミュレーションの場合と、バングバング波形に近付けた軌道及び SMART 軌道を利用した場合を比較するシミュレーション結果を表している。

それぞれ、目標値応答特性、VCM 電流の変化特性を表している。

図 9 から提案手法の方が比較対象より高速に位置決めされていることがわかる。ただし、ここではヘッドの位置が目標トラックの中心から 1トラック距離の 10分の1の幅以内に整定されたときを位置決めされたと仮定する。

また、図 10 から本提案手法は比較対象 1 (バングバングに近い操作量+モデル追従制御) より VCM 電流制限の影響が少ないことがわかる。このことは目標トラック数がある程度まで増えた場合も電流の飽和を起こさないことを意味している。

5 Q を時変重み関数とした場合の軌道改善及びシミュレーション結果

本手法における重み Q が一定である場合の目標軌道は左右対称な形態である。

今回は、より高速なシーク動作が要求される場合を考える。そのとき要求される軌道として、軌道の初めの部分には速く加速し、終わりの部分には滑らかな減速、終端点で

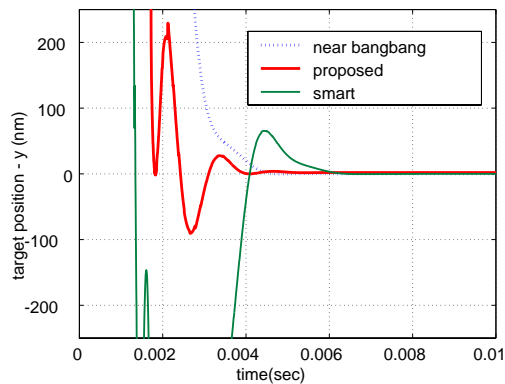


図 9: 目標値応答特性の比較

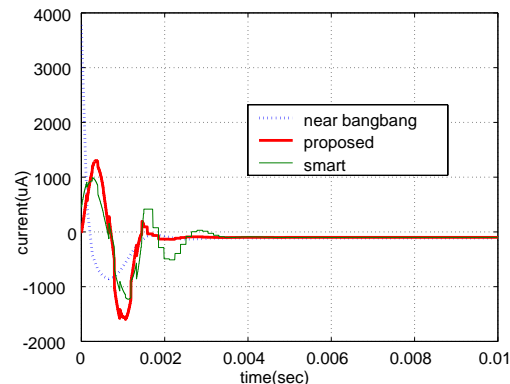


図 10: VCM 電流の比較

は、正確な位置決めと言う左右非対称な軌道の計画が考えられる。その左右非対称軌道は各状態に対する重み Q を時変にすることによって実現できる。

上記のような目標軌道を企画するために、3.1 節の重み q_4 (一定値) の変化による軌道変化と言う結果に基づき、重み Q の時変関数を作ることにする。より高速な位置決め動作は各時間ごとに重み Q をダイナミカルに変化させることにより生成される最適目標軌道をシーク制御系に適用することによって実現出来ると予想される。

ここでは、重みの時変関数として、ステップ関数及び連続的な放物線を利用して最適な目標軌道に接近することにする。

図 11 は重み $q_4 = 10^{10}$ のステップ変化による各状態での軌道を定規化したものである。また、図 12 は、重み $q_3(t), q_4(t)$ に放物線を利用した場合の定規化した各状態値の軌道を表している。

そして、図 13 は、各時変重み関数による軌道と重みがない場合の軌道を利用して比較シミュレーションを行った結果である。図 13 から時変重み関数、特に、放物線を利用した場合の目標軌道がより高速なシーク特性を發揮していることがわかる。

これらのことから、最適な時変重み関数を目標軌道生成に適用することにより、より高速高精度的な位置決め制御を行うことが可能であると予想される。

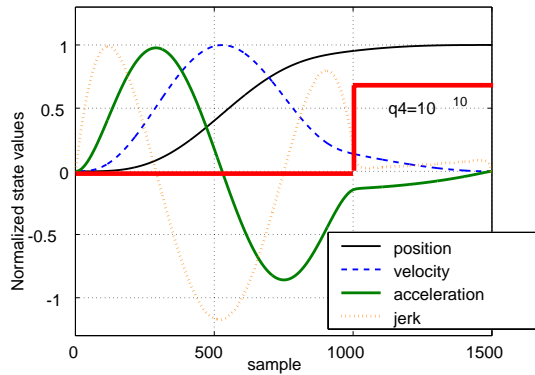


図 11: 重み q_4 のステップ変化による各状態値

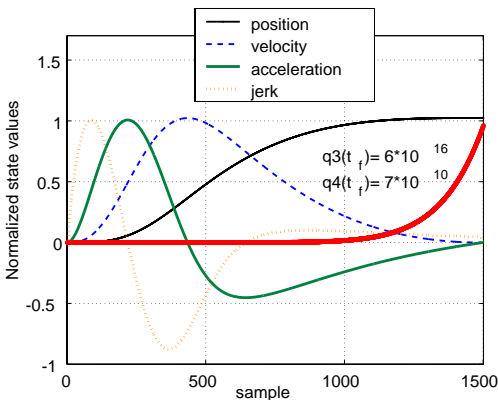


図 12: 重み q_3, q_4 の放物線変化による各状態値

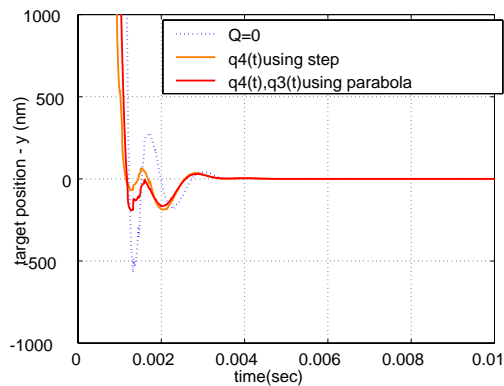


図 13: 重みの変化による応答特性の比較

6 まとめ

本論文では、2自由度制御系の高速度高精度シークを実現するために重要な役割を果たす目標軌道生成モデルの一つの設計法として、加速度変化率を最小化するための新たな評価関数を作り、最適制御理論に基づいて目標軌道を生成する方法を提案した。

また、本目標軌道設計手法により、SMART で問題となった初めと終わり部分の大きい加速度変化率が抑圧可能であることが確認できた。

最後に、本手法による目標軌道を磁気ディスクのシーク制御系に使い、振動成分を抑えることによって高速高精度なシーク動作を実現することができるのをシミュレーション上で検証した。

7 今後の課題

本手法によって生成された軌道を実際の磁気ディスクの2自由度シーク制御系に適用してVCMの機械振動の抑制効果とシーク時間の短縮効果の評価をする実験を行う予定である。

また、状態の重み係数を時変とした場合に、より高速高精度な位置決め制御系のための最適時変重み関数を求めて、最適な目標軌道を生成する研究を続ける予定である。

8 謝辞

本研究について有益な助言をいただいている、株式会社東芝 デジタルメディアネットワーク社の鈴木、柳原、谷津、岩代、佐渡の各氏に感謝いたします。

参考文献

- [1] 応用制御工学, 堀 洋一, 大西 公平 共著, 丸善株式会社
- [2] 情報機器のダイナミクスと制御, 日本機械学会編, 養賢堂
- [3] Digital Control of Dynamic Systems(3rd edition), Franklin, Powell, Workman, Addison-Wesley
- [4] T. Yamaguchi, H. Numasato : A mode switching control for motion control and its application to disk drives: Design of optimal mode switching conditions, IEEE/ ASME Trans. on mechatronics, Vol. 3, NO. 3, pp. 202-209 (1998)
- [5] L. Yi, M. Tomizuka : Two-degree-of-freedom control with robust feedback control for Hard disk servo systems, IEEE/ASME Trans. on mechatronics, Vol. 4, NO. 1, pp. 17-24 (1999)
- [6] 谷津, 鈴木 : モデル追従制御による HDD のシーク制御方式, 日本機械学会第 74 期通常総会講演論文集 (4), pp. 410-411 (1997)
- [7] 石川, 服部, 橋本 : 二自由度制御に基づく磁気ディスク装置の高速位置決め制御, 日本機械学会論文集, 6 2-597-C, 1848/1856 (1996)
- [8] Y. Mizoshita, S. Hasegawa, and K. Takaishi : Vibration Minimized Access Control for Disk Drives, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, No. 3, pp. 1793-1798 (1996)
- [9] S. Hasegawa, K. Takaishi, and Y. Mizoshita : Digital Servo Control for Head-positioning of Disk Drives, Fujitsu Scientific & Technical Journal 26: (4) pp. 378-390 (1990)