

-修士論文-

電気自動車における車体すべり角 β の推定と制御

Estimation and Control of Body Slip Angle β
for Electric Vehicles

指導教官 堀 洋一 教授

東京大学 大学院工学系研究科 電気工学専攻

16359 井上 友子

2003年1月31日

目次

第 1 章	本論文の研究背景と目的	1
1.1	電気自動車 (EV) の特徴に着目した研究	1
1.1.1	EV の駆動源であるモータの優位点	1
1.1.2	EV における横方向運動制御に関連した研究の動向	3
1.2	β 推定と制御の必要性	3
1.3	本論文の目的と構成	5
第 2 章	車体すべり角 β 推定と制御のための自動車の運動方程式	6
2.1	車両の一次元運動	6
2.1.1	車体の前後方向運動の定式化	6
2.1.2	制動時、駆動時におけるタイヤと路面間の粘着特性	8
2.2	車両の二次元運動	8
2.2.1	4 輪モデル	9
2.2.2	2 輪モデルへの近似	11
2.2.3	車両運動の非線形性に基づくモデルエラー	12
第 3 章	車体すべり角 β の推定	16
3.1	β 推定に関する研究動向	16
3.1.1	直接積分による推定法の問題点	16
3.1.2	モデルに基づく推定法の優位性と問題点	18
3.1.3	直接積分とモデルに基づく推定法との複合法の優位点	21
3.2	横加速度を用いた線形オブザーバによる β 推定の提案	22
3.2.1	オブザーバの構成	22
3.2.2	提案するオブザーバの効果 (シミュレーション結果)	24
3.2.3	提案するオブザーバの効果 (実験結果)	29
3.2.4	さらなる改善点	31
第 4 章	電気自動車を用いた車体すべり角 β の制御	34
4.1	車両の横方向運動制御に関連する研究動向	34
4.1.1	ITS	34
4.1.2	DYC	34
4.2	β と γ の 2 変数を制御する必要性	36
4.2.1	互いに干渉し合う 2 変数	36
4.2.2	AFS と DYC の用法	38
4.3	提案する 2 変数の非干渉制御手法	39
4.3.1	AFS のコントローラ的设计	39

4.3.2	DYC のコントローラ的设计	40
4.3.3	AFS と DYC の非干渉制御	42
第 5 章	結言	48
5.1	本論文のまとめ	48
5.1.1	線形オブザーバを用いた正確な β 推定手法の提案	48
5.1.2	電気自動車を用いた β と γ の非干渉制御	48
5.2	各研究項目における今後の課題	49
5.2.1	β 推定について	49
5.2.2	β 制御について	49
参考文献		50
研究業績		53
付録 A	オブザーバ構成に関する計算手法	57
A.1	式の定義	57
A.2	同次元オブザーバ	58
A.2.1	速度によらないゲインの選び方	58
A.2.2	β の誤差を最小にするゲインの選び方	58
A.3	最小次元オブザーバ	59

内容梗概

本論文では、電気自動車における車体すべり角 β の推定と制御を目的とし、それらの新しい推定手法と制御手法を提案する。

β とは、車体の向いている方向と車体の進んでいる方向との角度である。車体旋回時にタイヤが路面との摩擦を失うと車体は横すべりを始め、 β は大きくなり、車両は最終的にスピンやドリフトアウトなど大事故につながる挙動をする。従って β の値を把握し、それを制御することは車両の横方向の安全に大きく貢献する。

しかしながら、横方向の安定に関する研究は自動車工学に関わる学会や産業界で盛んであるにも関わらず、 β の推定と制御を対象とした研究は半ば机上の空論として議論されてきた。理由としては、 β の値を知るには高額なセンサが必要であること、推定ロジックには非線形要素を含む正確な車両モデルを必要するので、あえて β を推定するよりは他の測定可能な信号によって横方向の制御をするほうが確実であったこと、普通車両において β を制御するための制御アクチュエータであるエンジンや油圧ブレーキには多くの非線形性が含まれるばかりかアクチュエータとしての応答が遅いこと、などが挙げられる。

本論文では、上記の問題を解決するために、推定と制御の両者に関して新しい提案をする。前半ではヨーレートと横加速度をオブザーバ入力として用いる線形オブザーバにより、複雑な車両モデルを必要としないばかりかモデルエラーにもロバストな β の推定手法を提案する。この推定方法は厳密には EV を利用する必要がないため、従来議論されてきた β 推定の新しい手法のひとつとして読んでも差し支えない。また、後半ではモータという制御応答の早いアクチュエータを持つ電気自動車を用いた β の制御を提案し、電気自動車は車両の横方向安定化に大きく貢献することを示して結論とする。

第1章 本論文の研究背景と目的

1.1 電気自動車 (EV) の特徴に着目した研究

電気モータを駆動源とし、電源として鉛蓄電池やリチウムイオン電池等を搭載する EV を総称してピュア EV という。ピュア EV はエネルギー効率やパワー面、経済面で燃料電池車やハイブリッド車に比べて劣るため、これから実用化にむけて普及を図ることは困難とされている [1]。しかしながら、ピュア EV は自動車の運動制御にこそ最適であり、このことに存在意義を見出すことがピュア EV の生き残る道である。また、このことは同じくモータを駆動源とする燃料電池車 (FCV, FCEV) やハイブリッド車 (HEV) 普及のための新しいアピールポイントにもなりうる。その理由を以下に説明する。

1.1.1 EV の駆動源であるモータの優位点

EV の駆動源であるモータには、以下のような特徴がある [2]。

- 発生すべきトルク指令値を数値で与えることができる
- 発生したトルクの応答がガソリン車のそれと比べ 2 桁速い
- 小型化が可能なため分散配置が出来る
- 制動方向にも駆動方向にもトルクを出せる

上記の特徴のうち最初の二点は、モータが軸毎の速いフィードバック制御ループを組むのに有用であることを意味する。モータのトルク指令からトルク出力までの応答は、エンジンと比べて二桁程度、油圧ブレーキと比べても一桁程度高速である。よって、速い制御フィードバックループを組むことが可能である。そしてそのことは、モータが路面から受けた摩擦力の大きさを高速に推定することを可能にし、故にモータが路面に対してかける駆動力の大きさを高速に把握することを可能にする。

また、上記の特徴のうち最後の二点は一車輪への負担の少ないDYCを可能にする。例えば前輪駆動の従来のガソリン車では、時計周りのヨーモーメントを生み出すためには旋回外側前輪に駆動方向のトルクを生成するしかない。これに対し完全独立四輪駆動電気自動車は図.1.1 に示すように各輪が独立に駆動制動両方向のトルクを生成することができる。よって、旋回時のスピンやドリフトアウトを防ぐ横方向運動制御 (=二次元運動制御) を早

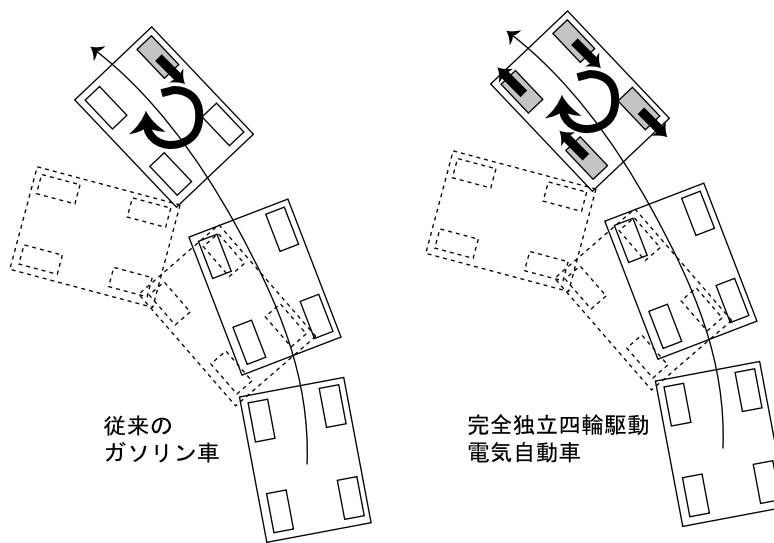


図 1.1: 電気自動車による DYC



図 1.2: 東大三月号 II の外観

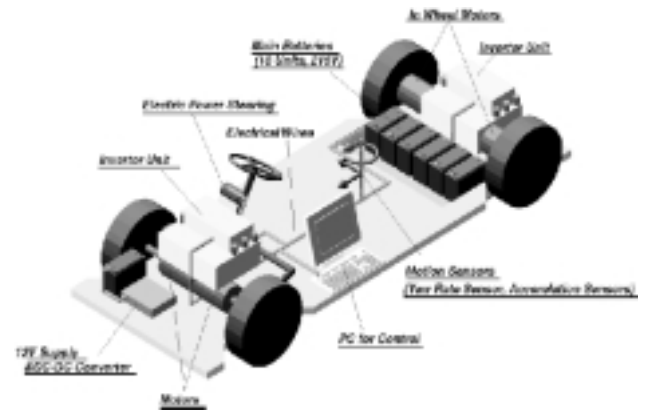


図 1.3: 東大三月号 II の機能

く正確に行うことができる。

これらは従来のガソリン車にはなく、EV だけが持つ特徴である。ピュア EV は経済性が低いいため、化石燃料の不足が叫ばれる現在においても消費者には商品としてアピールしにくい。ピュア EV の駆動源がモータであることはあまり注目されることがないが、自動車の運動制御に関する様々な議論が学会や産業界で花開いている現在、運動制御に強いというモータの特徴はピュア EV を普及させるにあたり強いアピールポイントとなるはずである。

2001 年初頭に完成した実験用 EV「東大三月号 II」は、上記のようなモータの特徴を生かした完全独立四輪駆動 EV である。図.1.2 にその外観を示す「東大三月号 II」は、図.1.3 に示す機能を備えている。ブラシレス DC モータ、油圧ブレーキユニット、減速ギアを車輪の中に備えた「インホイールモータ」を各軸に配置し、独立に制御することで車体運動の安定化を図る。車両には他に鉛蓄電池、インバータ 2 台、Real-Time Linux を OS とする計算機 2 台を有する。車体の運動を計測する機器としてはモータに附属しているエンコーダ

その他、パワーステアリングユニットに附属している操舵角センサ、加速度センサ、ジャイロセンサを有する。また、実験時には車体外部に第五輪をとりつけ車体速度を計測することがある。「東大三月号II」の製作過程と機能については[3]に詳しい。

1.1.2 EVにおける横方向運動制御に関連した研究の動向

EVを用いた横方向制御に関連する過去の主な研究内容を以下に示す。

東大三月号IIに関連した研究では、各輪にマイナーなスリップ制御ループを施す二次元運動制御の研究[4]、各軸に対する動的な駆動力配分に関する研究[5]、車輪の駆動力飽和を考慮した二次元運動制御の研究[6]などがある。

東京大学以外でもEVを独自に製作し実験している大学は多数あり、その中でも二次元運動制御に着目した研究には、EVを用いたヨーモーメントコントロールの研究[7]、八分の一EVモデルを使用した独立2輪駆動電気自動車の運動制御[8]などがある。

過去にはEVに関する研究と β に関する研究は各々たくさんあるが、EVを用いた β の制御に関する研究は、著者が調べる限りではまだない。

1.2 β 推定と制御の必要性

本章では、本論文の骨子にあたる β 推定とその制御に関する必要性について、 β の定義も含めてもう少し詳しく説明する。

図.1.4は近年盛んに研究されているアクティブセイフティ技術の全体像である。中でもVSCのような高度な技術の登場に伴い、車両の様々な信号を測定し制御する必要が生じてきた。そのような信号として一般的なのは、図.1.5に示すヨーレート γ と車体横すべり角 β である。 γ は車体重心の回転角速度であり、ジャイロセンサで簡単に測定できる。これに対し β は車体の向いている方向と車体速度のなす方向のつくる角度を指し、(1.1)で表される。

V_x と V_y の同時測定には図.1.6に示すような高価な対地センサを必要とするため、コストとセンサ性能の問題から推定によって求めることが一般的である。

$$\beta = \tan^{-1} \frac{V_y}{V_x} \quad (1.1)$$

一般に滑りやすい路面における旋回時にタイヤ-路面間の粘着が失われたとき、 β は大きくなり、ドライバが横方向の運動を制御することが不可能になる[9]。ゆえに β を推定し、補償ヨーモーメントの生成によってそれを制御することは、車体運動の安定化に大きく貢献する。

VSCのような高度な制御を実現するためには、従来の制御系では用いられなかったタイヤに働く横力、タイヤすべり角、そして β のような車両状態量信号が必要になる。どれもセンサで直接測定するには非経済的であるので、推定の必要が生ずる。このうち、 β は他の

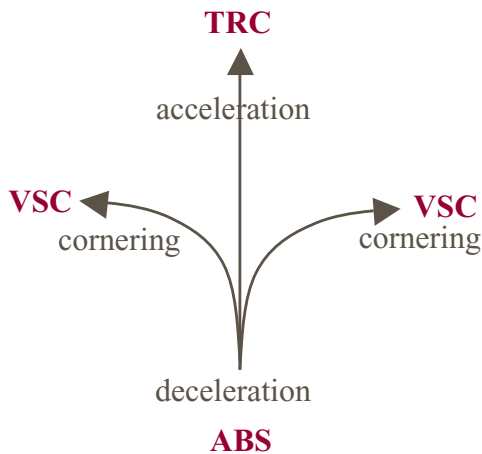


図 1.4: アクティブセーフティ技術

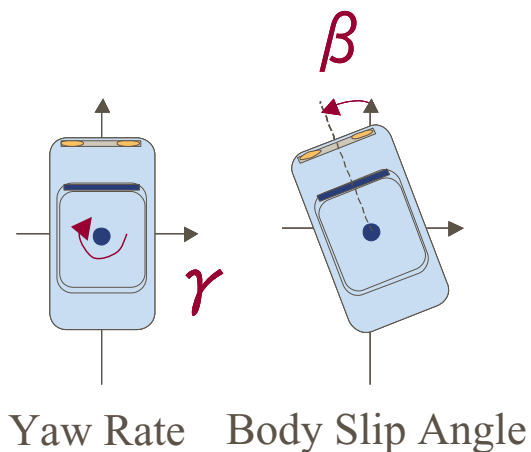


図 1.5: 旋回時の制御対象となる変数



図 1.6: β を測定する光学式非接触速度計

二つの信号のように各輪ごとに計測する必要がない。また、 β を直接制御することは旋回時のスピンやドリフトアウトを抑制することにつながる。ゆえに β 推定とその制御は車両運動の安定化に有用である。更には、 β の推定は簡素な数学モデルが立てやすいので多くの研究があることも事実である。

タイヤの横すべり角を推定, 制御するためにはブラシモデルを含む非線形性の高いタイヤモデルを設定して推定, 制御する方法が一般的であり、アルゴリズムはより複雑である。対し、 β はそれを状態変数とした線形モデルを用いて二次元方向の運動に限った理論展開が可能である (ただし、あくまで車体の線形領域において)。以上の理由から β を推定し制御することは有効であると結論づけることができる。

1.3 本論文の目的と構成

本論文は車両運動の非線形領域においても比較的正確な推定をし、かつモデルエラーにロバストな線形オブザーバを用いた β 推定を行うことを目的とする。また、干渉し合う β と γ の非干渉制御を含めた β の新しい制御手法を提案することをもうひとつの目的とする。

本論文の構成を述べる。第2章では β という信号の特性を理解する上でのバックグラウンドとなる自動車の挙動について一般的な運動方程式を示し、説明する。第3章では β 推定についての過去の研究を紹介し、モデルエラーにロバストな線形オブザーバを新しい推定手法として提案する。第4章では β 制御についての過去の研究を紹介し、 γ と β を同時に制御するための一手法を提案する。さらに、第5章で結論を述べる。

第2章 車体すべり角 β 推定と制御のための の自動車の運動方程式

本章では β 推定と制御のために必要となる基礎的な運動方程式についてまとめる。それを理解する手助けとなるよう、主に車両の二次元方向の挙動について詳しく述べる。

2.1 車両の一次元運動

自動車の挙動を決める上で一番基本的な要素となるのがタイヤと路面の間の運動方程式である。なぜなら、各輪のスピード、道路との粘着の度合、ステアを切る場合はその角度などの変数が車両全体の変数を決定するからである。ここでは一次元的運動に限って話を進める。

2.1.1 車体の前後方向運動の定式化

図.2.1は、タイヤと地面の関係を一次元的に表したモデルである。なお、路面からの垂直効力 N_{road} には、後述する補償ヨーモーメント N と区別するために添字をつけた。

車体にはたらく力は、転がり抵抗と空気抵抗が十分に小さいと仮定することにより、車体の前後方向運動を図.2.1の様にモデル化できる。図.2.1から導かれる車体の運動方程式は(2.1)と(2.7)であたえられる[10]。

$$M \frac{dV}{dt} = F_d(\lambda) - F_a - \frac{T_r}{r} \quad (2.1)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - F_d r(\lambda) - F_r \quad (2.2)$$

ただし s はラプラス演算子を表す。ここで、 J の質量換算値 M_w 、車輪速 V_w とモータトルク T_m の力換算値 F_m をそれぞれ

$$M_w = \frac{J}{r^2} \quad (2.3)$$

$$V_w = r\omega \quad (2.4)$$

$$F_m = T_m \quad (2.5)$$

と定義する。ここで、一輪モデルの運動方程式は改めて(2.6)、(2.7)と書くことができる。

$$M \frac{dV}{dt} = F_d(\lambda) - F_a - \frac{T_r}{r} \quad (2.6)$$

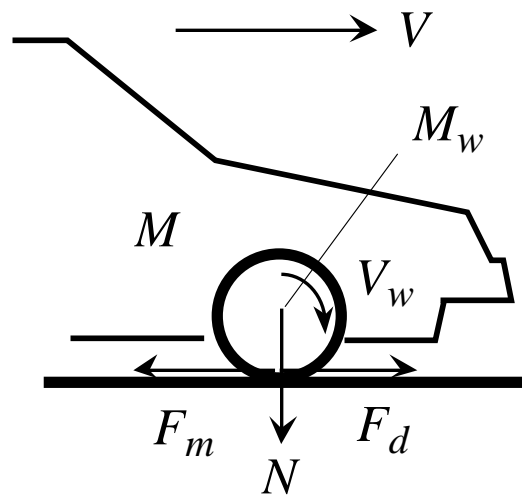


図 2.1: 車両の一次元モデル (一輪モデル)

表 2.1: 諸記号表

記号	意味	単位
r	車輪半径	[m]
ω	ホイールの回転角速度	[rad/s]
M	車体重量	[kg]
J	ホイール慣性	[kgm ²]
M_w	ホイール慣性の質量換算値	[kg]
V	車体速度	[m/s]
V_w	車輪速度	[m/s]
T_m	モータトルク	[Nm]
T_r	駆動輪に生じる摩擦トルク	[Nm]
F_m	モータトルクの力換算値	[N]
F_r	駆動輪に生じる摩擦トルクの力換算値	[N]
F_d	モータ駆動力	[N]
F_a	空気抵抗	[N]
N_{road}	路面からタイヤへの垂直抗力	[N]

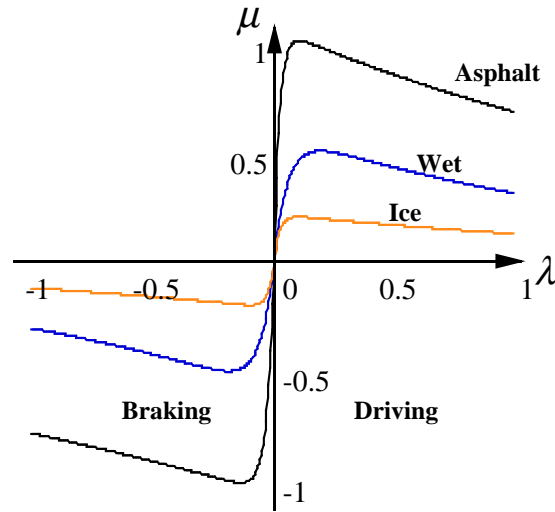


図 2.2: $\mu - \lambda$ 曲線

$$M_w \frac{dV_w}{dt} = F_d(\lambda) - F_a - F_r \quad (2.7)$$

2.1.2 制動時、駆動時におけるタイヤと路面間の粘着特性

制動時のタイヤと路面間の粘着特性はスリップ率 λ をもちいて表現する。スリップ率 λ は車体速度 V と車輪速度 V_w を用いて式 (2.8) で定義される。

$$\lambda = \frac{V_w - V}{\max(V, V_w)} \quad (2.8)$$

このスリップ率 λ を用いることで、タイヤと路面間の摩擦係数 μ が表現できる。 μ と λ の関係は図 2.2 のように $\mu - \lambda$ 曲線であらわされる。 $\mu - \lambda$ 曲線を表す数式はいくつかあるが、ここでは Magic Formula を採用する [11]。本論では以下に示す式で記述する。

$$\mu(\lambda) = D \sin \left(C \tan^{-1} B \left\{ (1 - E)\lambda + \frac{E}{B} \tan^{-1} B\lambda \right\} \right) \quad (2.9)$$

(2.9) 中の定数 $B \sim E$ によって、路面状態は大体アスファルト、ウエット路面、氷面や雪面に分けることができる。

スリップ率 λ と $\mu - \lambda$ 曲線から得られた摩擦係数 μ を式 (2.10) に代入することで駆動力 F_d が得られる。

$$F_d = \mu(\lambda) N_{road} \quad (2.10)$$

2.2 車両の二次元運動

次に、 β について論じる上で必要となる車両の横方向の運動について説明する。

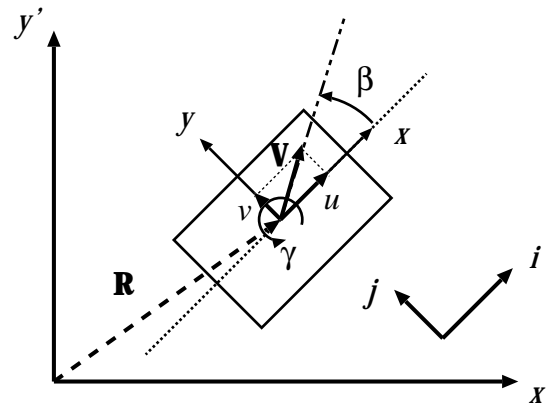


図 2.3: 座標の変換

2.2.1 4輪モデル

2次元モデルの構築に際して、まず路面を凹凸のない平面と仮定する。自動車の運動は前後、左右、上下とそれぞれの回転の6自由度の運動であるが、上下、ロール、ピッチの運動は無視すると、前後、左右、ヨーの3自由度となる。座標は車両に固定した座標系を用いるので、地面に固定した座標との変換を行う。図.2.3のように座標軸を設定し、車両重心の位置ベクトルを R 、重心速度を V とおく。車両姿勢の方向と車両の進行方向のなす角を車体すべり角 β という。このとき

$$\dot{R} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} \quad (2.11)$$

$$\ddot{R} = \dot{u}\mathbf{i} + u\frac{d}{dt}\mathbf{i} + \dot{v}\mathbf{j} + v\frac{d}{dt}\mathbf{j} \quad (2.12)$$

となる。重心における z 軸まわりの角速度をヨーレートといい、 γ とすると、

$$\frac{d}{dt}\mathbf{i} = \gamma\mathbf{j}, \quad \frac{d}{dt}\mathbf{j} = -\gamma\mathbf{i} \quad (2.13)$$

と表せる。ゆえに

$$\ddot{R} = (\dot{u} - v\gamma)\mathbf{i} + (\dot{v} + u\gamma)\mathbf{j} \quad (2.14)$$

と書くことが出来る。ここで u と v を V と β で表し、 \ddot{R} を a_x と a_y とに分けると、

$$a_x = -V \sin \beta (\dot{\beta} + \gamma) + \dot{V} \cos \beta \quad (2.15)$$

$$a_y = V \cos \beta (\dot{\beta} + \gamma) + \dot{V} \sin \beta \quad (2.16)$$

となり、以降は車両固定の座標で考えることができる。

前輪を操舵できる車両の2次元運動は図.2.4のような4輪モデルで表される。車両の重心点に固定した座標系での車両の運動方程式は以下ようになる [10]。

$$M\dot{V} = F_{Xfr} + F_{Xfl} + F_{Xrr} + F_{Xrl} \quad (2.17)$$

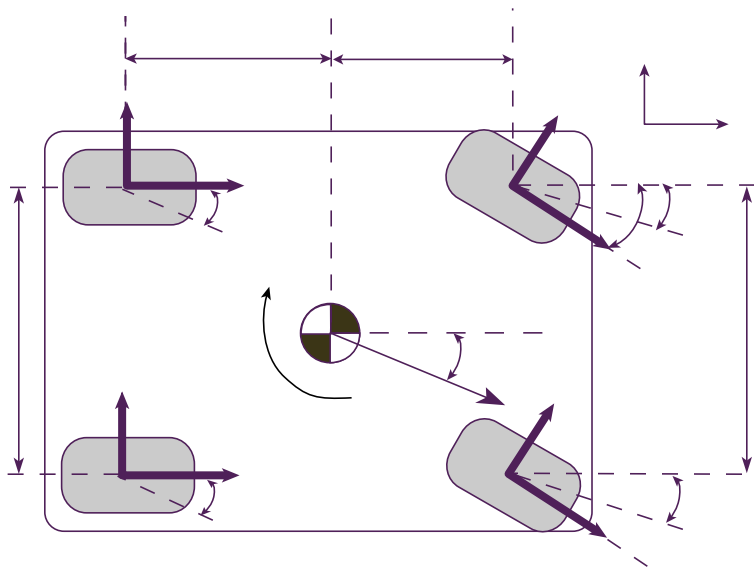


図 2.4: 車両の 2 次元モデル (四輪モデル)

表 2.2: 諸記号表

記号	意味	単位
I	車体慣性	$[\text{kgm}^2]$
l_f, l_r	車体長 (前/後)	$[\text{m}]$
a_x, a_y	車体加速度	$[\text{m/s}^2]$
C_f, C_r	コーナリングパワー (前/後)	$[\text{kg m/s}^2/\text{rad}]$
α_f, α_r	車輪すべり角 (前/後)	$[\text{rad}]$
β	車体すべり角	$[\text{rad}]$
γ	ヨーモーメント	$[\text{rad/s}]$
δ_f	前輪操舵角	$[\text{rad}]$
d_f, d_r	トレッド (前/後)	$[\text{m}]$
COG	車体重心 (Center of Gravity)	

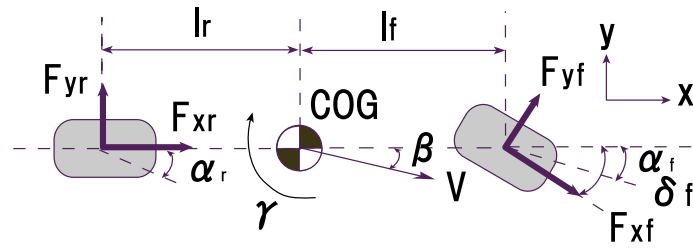


図 2.5: 車両の二次元モデル (二輪モデル)

$$MV(\dot{\beta} + \gamma) = F_{Yfr} + F_{Yfl} + F_{Yrr} + F_{Yrl} \quad (2.18)$$

$$I\dot{\gamma} = l_f(F_{Yfr} + F_{Yfl}) - l_r(F_{Yrr} + F_{Yrl}) + N \quad (2.19)$$

$$N = \frac{d}{2}(F_{Xfr} - F_{Xfl} + F_{Xrr} - F_{Xrl}) \quad (2.20)$$

ただし、 V は車速、 M 、 I はそれぞれ車両の重量、車両重心点回りの慣性モーメント、 β と γ は車体すべり角とヨーレート、 F_X と F_Y は各車輪で発生する制駆動力と横力であり、 N は左右輪の制駆動力差から生じるヨーモーメントである。また、 l_f と l_r は車両重心点と前後輪車軸までの距離、 d は左右のタイヤ間の距離である。

これらの方程式では車体すべり角 β と前輪の舵角である δ_f は充分小さいものであるという近似をほどこしている。

タイヤの向きと進む方向のなす角であるタイヤすべり角 α は、車体すべり角 β とヨーレート γ から以下のように決定される。

$$\alpha_{fr} = \frac{V\beta + l_f\gamma}{V + \frac{d}{2}\gamma} - \delta_f \quad (2.21)$$

$$\alpha_{fl} = \frac{V\beta + l_f\gamma}{V - \frac{d}{2}\gamma} - \delta_f \quad (2.22)$$

$$\alpha_{rr} = \frac{V\beta - l_r\gamma}{V + \frac{d}{2}\gamma} \quad (2.23)$$

$$\alpha_{rl} = \frac{V\beta - l_r\gamma}{V - \frac{d}{2}\gamma} \quad (2.24)$$

このような4輪モデルはシミュレーションモデルに用いられるが、非線形な方程式群となるため、運動の解析が非常に困難となる。そこで、2輪モデルを用い線形近似を行う。

2.2.2 2輪モデルへの近似

車両を図.2.5 に示す二輪のモデルに近似したとき、プラントの線形方程式は (2.25) で表され、その入力は舵角 δ_f 、状態量は γ と β である。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad u = \delta_f \quad x = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (2.25)$$



図 2.6: タイヤモデル

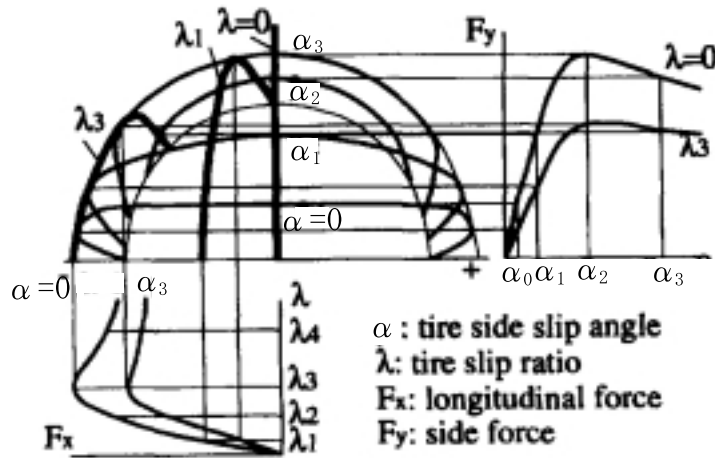


図 2.7: タイヤ縦力、横力、スリップ率と横すべり角の関係

$$A = \begin{pmatrix} \frac{-2(C_f + C_r)}{mV} & \frac{-2(C_f l_f - C_r l_r)}{mV^2} - 1 \\ \frac{-2(C_f l_f - C_r l_r)}{I} & \frac{-2(C_f l_f^2 + C_r l_r^2)}{IV} \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{2C_f}{mV} \\ \frac{2C_f l_f}{I} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

β と γ は横方向の車両挙動を知る上で欠かせない状態量であり、これらを制御するための議論が盛んになった背景にはシンプルな二輪モデルの存在が大きい。

二輪モデルは車両運動が線形領域にあることを前提としているが、その意味は後述する。

2.2.3 車両運動の非線形性に基づくモデルエラー

β の推定や制御を議論するに当たっては、車両運動の非線形性に基づくモデルエラーを考慮しなければならない。タイヤに働く縦方向、横方向の力はともにタイヤすべり角とスリッ

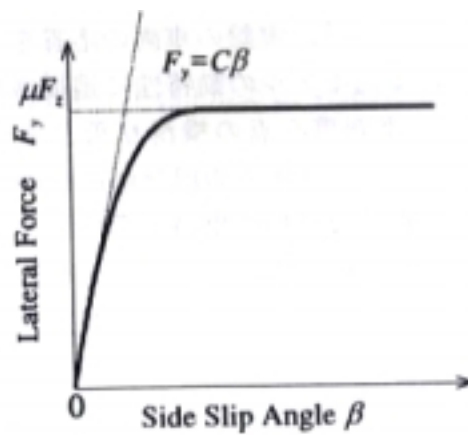


図 2.8: 車体すべり角と車体にはたらく横力の総和の関係

率に支配される。危険な旋回などで図.2.6 に示すタイヤすべり角 α が大きくなると、タイヤに働く横力 F_y は増加する¹。 α と F_y には図.2.7 の右上の図のような関係が存在し [21]、二次元運動に関する研究においては α に対して F_y が比例している領域をタイヤ特性の線形領域と言う。

タイヤ特性の線形領域における F_y の α に対する比例係数はコーナリングパワー (CP) と呼ばれ、(2.28) で近似できる。タイヤすべり角が大きくなると非線形領域に入り、横力の式は (2.29) を例とするような、より複雑な式で表される。

$$F_y = C\alpha \quad (2.28)$$

$$F_y = -G_x C \frac{\mu_{peak}}{k} \tan^{-1} \left(\frac{k}{\mu_{peak}} \alpha \right) \quad (2.29)$$

$$k = C \frac{\pi}{2N}, \quad G_x = \sqrt{1 - \left(\frac{F_x}{\mu N} \right)^2}$$

図.2.8 に示すように、車体すべり角 β と車体にかかる横力 F_y の総和にも同様の関係が成り立ち、 F_y が β に比例する領域を車両運動の線形領域、飽和する領域を車両運動の非線形領域と呼ぶ。

車両運動の線形領域と非線形領域はある点を境にはっきり分かれるというわけではない。図.2.9 は非線形四輪モデルと線形二輪モデルの両方について車両の数値モデルを計算機の中で作り、挙動を比べた数値シミュレーションである。どちらも初速 20m で緩やかに加速中、三秒後に舵角をステップ状に δ 度右に切った時を想定し、上から $\delta_f = 3[deg]$ 、 $\delta_f = 6[deg]$ 、 $\delta_f = 9[deg]$ である。 δ が大きい程車両運動が非線形領域に近いと言える。図.2.9 より、線形二輪モデルと実物に近い非線形四輪モデルの計算する β と γ の値には、車両運動が非線形領域にある程大きな差が生じることがわかる。これは線形二輪モデルが「タイヤが横すべりせずにくらでも横力を発生する楽観的なモデル」であることに起因する。

¹図.2.6 での F_x は、図.2.1 での F_d と同じであり、縦方向の駆動力を表す。

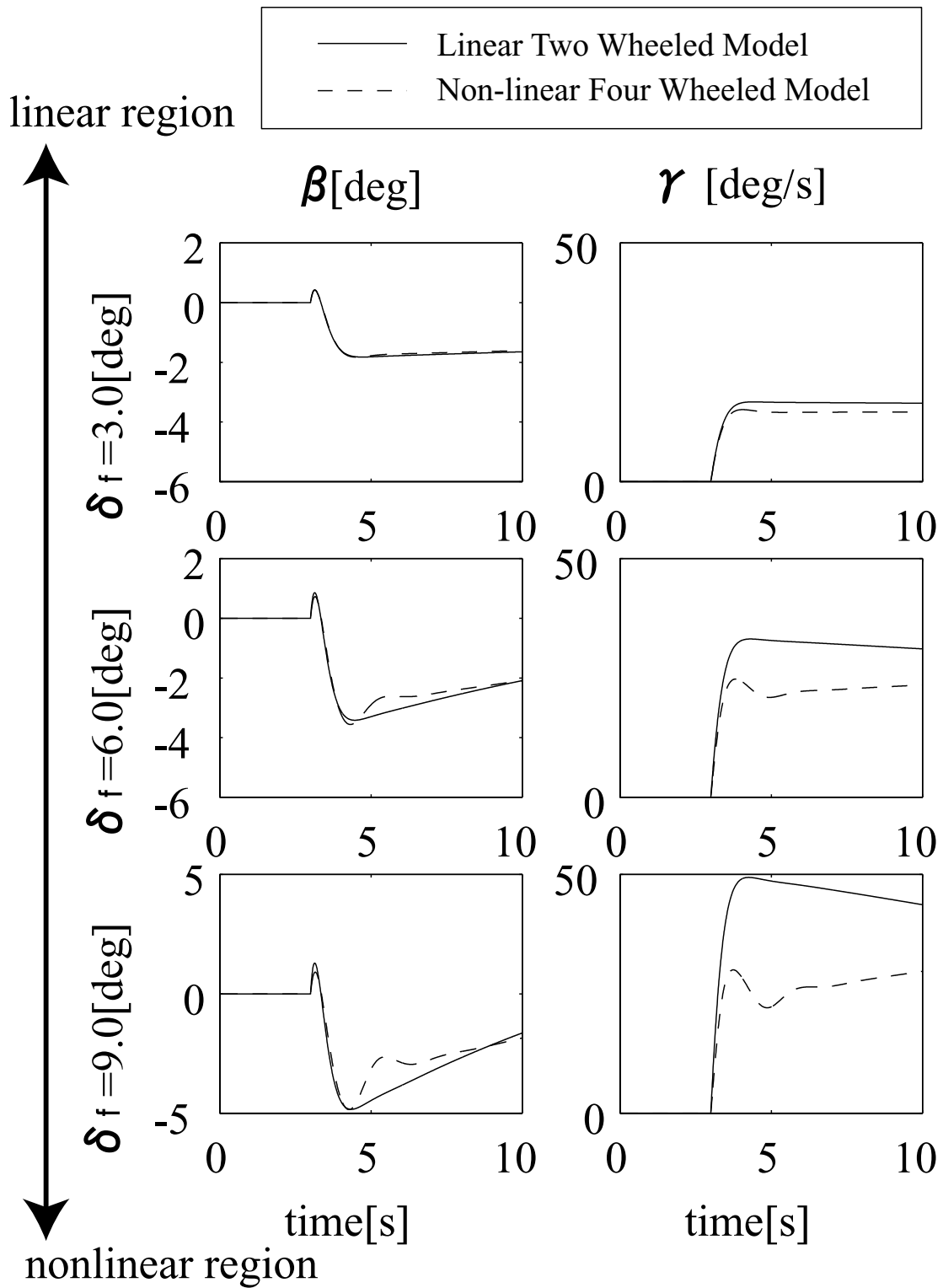


図 2.9: 二輪モデルのモデルエラー

このモデルエラーがモデルを元にした推定法や制御法を設計するに当たって大きな障害となっていくことを、次章以降で述べる。

第3章 車体すべり角 β の推定

本章では、本研究のメインテーマのひとつである β 推定について過去の研究を分析し、新たな推定手法を提案する。

3.1 β 推定に関する研究動向

β の推定法には大きく分けて二つある。ひとつは直接積分による推定法、もうひとつはモデルに基づく推定法である。

3.1.1 直接積分による推定法の問題点

直接積分による推定法とは β を(3.1)から求めるものである。

$$V(\dot{\beta} + \gamma) = a_y \quad (3.1)$$

ヨーレート γ はジャイロセンサで、横加速度 a_y は加速度系で計測した値を用いる。車体速度 V は普通第五輪もしくは非駆動輪の車輪速度の値とする。

この方法は推定にタイヤ特性やタイヤ-路面間の摩擦特性を考慮しなくともいいため、 μ 変化や車体への空気抵抗などのプラント変動に対してロバスト性が高いという利点をもつ。しかし同時にセンサそのもののエラーや路面傾斜の影響を受けることと、なによりも直流オフセットを積分することによりエラーが累積し、時間が経つ程真値を逸脱するという欠点を持つ(これをドリフト効果と言う)。もし推定値をローパスフィルタに通したとしても、ドリフトによる定常誤差は取り除けない。そのため直接積分法は通常推定真値として参照されたり推定の一手法として使用されることがない[13]。

図3.1は、直接積分法によって β を推定したときのシミュレーションである。初速20mで走りだし、各輪に $F_m = 200[N/m]$ のトルクを指令して緩やかに加速中、三秒後に舵角をステップ状に δ 度右に切った時を想定している。EPSのエンコーダに離散的に白色ノイズが加わった場合、エンコーダから得た δ_f を元に推定された β は大きなドリフト誤差を含むことがわかる。

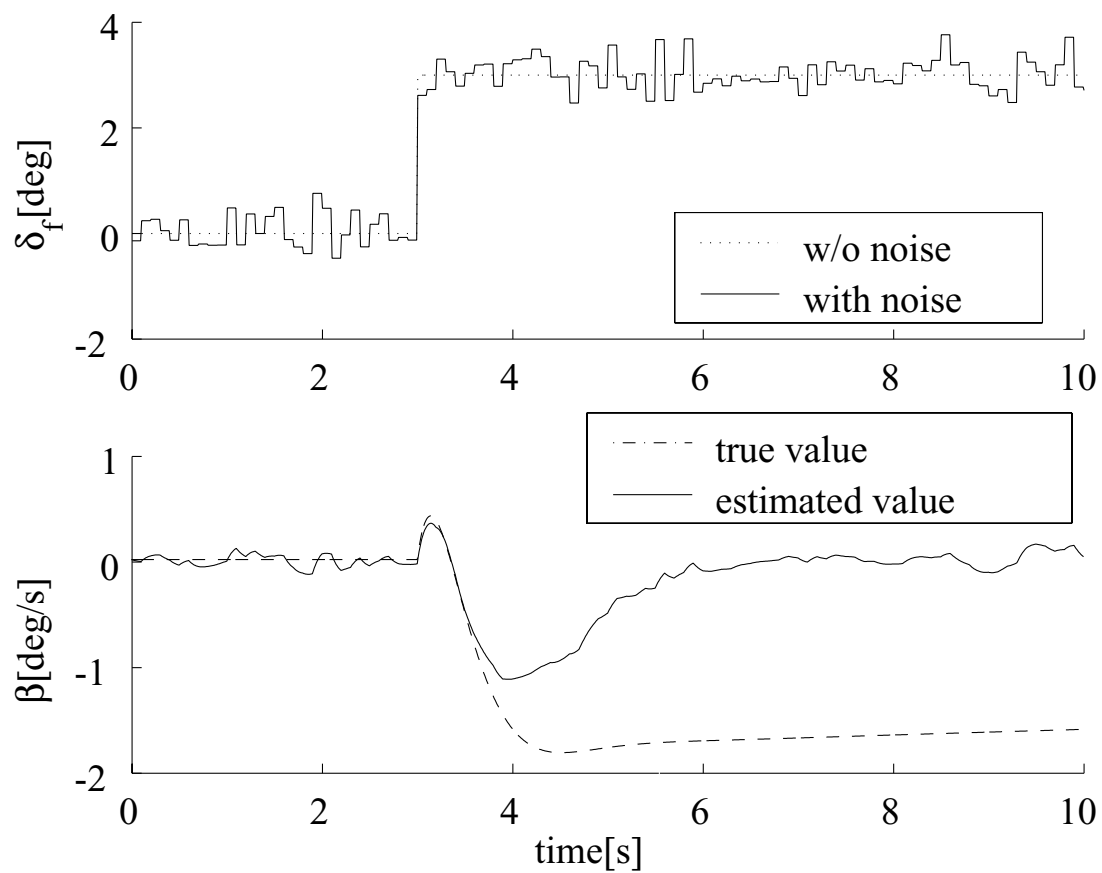


図 3.1: 直接積分法による β 推定のシミュレーション結果

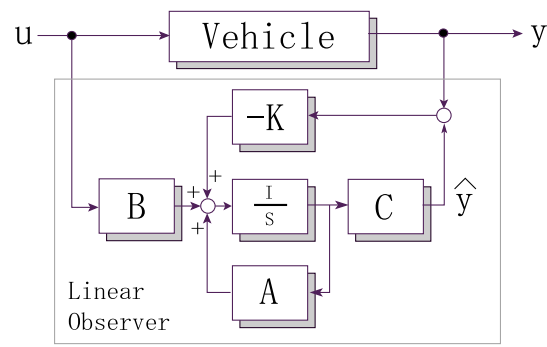


図 3.2: 線形オブザーバのブロック線図

3.1.2 モデルに基づく推定法の優位性と問題点

前述の理由から、 β の推定手法としてはモデルに基づく推定手法が圧倒的に多い。モデルに基づく推定法の最も基本的な手段として、オブザーバ入力を γ とする同次元オブザーバをの構成方法を紹介する。

推定に用いられるモデルは二輪モデルとし、計測可能な信号を γ 、 V 、 δ_f とし、(2.25)–(2.27)式をもとに未知信号 β を推定する。オブザーバのブロック線図は図.3.2に示される。しかしこの手法ではモデルエラーによる推定誤差が大きくなり、全ドライビングコンディションに対してオブザーバは安定であるとは言えない。(シミュレーション結果は図.3.7の γ だけを入力とするオブザーバの方を参照)

モデルに基づく推定法のモデルエラーに基づく弊害としては特に

- タイヤ-路面係数 μ の変化に対する補償
- 傾斜路に対する補償
- スピン時の補償

のような路面外乱や操作外乱に対するロバスト性確保の問題があげられる [12]。このような問題を克服する様々なタイプのモデルに基づくオブザーバを次に示し、その性能を比べる。

線形オブザーバ

モデルエラーによる推定誤差を克服するために、(2.25)–(2.27)式のコーナリングパワー C_f, C_r を逐次推定しながら x を推定する適応オブザーバが提案されている [13]。推定されたコーナリングパワー \hat{C}_f, \hat{C}_r によって定まる \hat{A}, \hat{B} 、オブザーバゲイン L 、出力エラー \tilde{y} を(3.2)、(3.3)式のように定めるとき、 $e = x - \hat{x}$ を0に収束させるのがオブザーバを設計する目的である。

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u + L\tilde{y} \quad (3.2)$$

$$\tilde{y} = y - (C\hat{x} + Du) \quad (3.3)$$

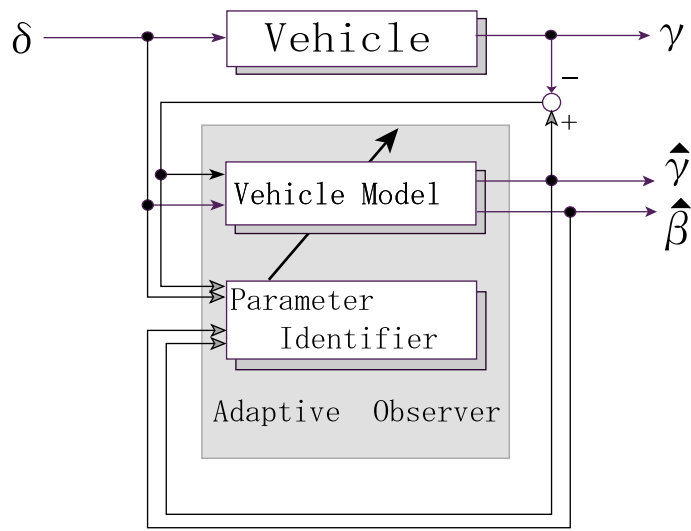


図 3.3: 適応オブザーバのブロック線図

(3.2) を用い状態エラー e は次式で表される。

$$e = x - \hat{x} = (A - LC)e + \underbrace{\tilde{A}x + \tilde{B}u}_{W\hat{\theta}} \quad \text{ただし } \hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{C}_f \\ \hat{C}_r \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

W は既知のパラメータ行列を表す。 e と θ に関する重み付きリアプノフ関数 V_{lyap} の微分が 0 に収束するときオブザーバは安定である。この条件に基づいた適応則から $W, \hat{\theta}$ を求め、 $e \rightarrow 0$ に近づけていく。この推定アルゴリズムのブロック線図を図.3.3 に示す。

このような適応オブザーバでは普通の線形オブザーバよりもより真値に近い β の推定値が得られる。しかし推定中に C_f, C_r が非現実的な値になるのを避けるために上限と下限を設ける必要があるので、推定値がある程度しか信用できない。また、路面摩擦係数 μ の変化にロバストでないという欠点を持つ。

このように、線形オブザーバは車両の多くの非線形情報を捨て、コーナリングパワーなどの式中パラメータの適応同定等によって正確な β 推定を目指している。路面の情報を式で考慮していないため、路面状況の変化に対し不安定である。

非線形オブザーバ

モデルエラーをなくすことを究極の目的とし、線形化をほとんど施さずに限りなく実際の車両に近い多自由度の車両モデルをもとにカルマンフィルタ等を用いて推定をする推定法がある [14][15][16][17]。これらは車両の二次元運動に関するパラメータだけでなくヨー、ロール、ピッチにいたるまで正確に推定することができるためシミュレーションに適しているが、モデルが複雑すぎるのが欠点である。

これに対しモデルは簡素であるが上記の推定法に劣らず β の正確な推定が可能な非線形

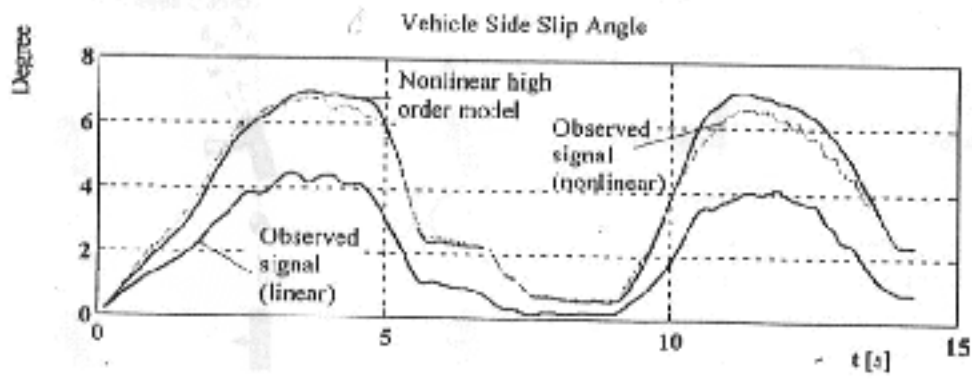


図 3.4: 非線形オブザーバによる推定結果 (実験)

オブザーバを紹介する [18]。この手法では図.2.4 から得た何の線形化も施さない運動方程式から $V, \beta, \dot{\gamma}$ を計算し, 三次元の状態変数 x の要素としている。各要素の微分は $\dot{x}_i = f_i(x_i, u)$ で表される。閉ループオブザーバシステムを安定にするために固有値を (3.5) の定義で固定し, (3.6) をオブザーバのゲインマトリクスとして推定を行う。

$$\det \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} = \det \left(\frac{\partial f}{\partial x}(\hat{x}, u) - L(\hat{x}, u) \frac{d(y - \hat{y})}{dx}(x) \right) \quad (3.5)$$

$$L(\hat{x}, u) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} - \lambda_1 & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} - \frac{\frac{\partial f_2}{\partial x_2} \frac{\partial f_3}{\partial x_3} - \lambda_2 \lambda_3}{\frac{\partial f_3}{\partial x_2}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} - (\lambda_2 + \lambda_3) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

図.3.4 は線形オブザーバと非線形オブザーバによる β の推定結果である。ゲインマトリクスで任意の極を設定し, 安定なオブザーバの設計と高精度の推定にも成功している。

このほかには内蔵する非線形タイヤモデルから β を推定する研究がいくつかある [19][20]。これらは路面摩擦係数 μ 、車体速 V を推定しながらの β 推定であり、お互い推定した値で推定しあっているといっても過言ではない。計測可能な信号だけから β を推定するよりも正確ではあるが、求める以外の信号をやみくもに推定する方法は、まわりくどいと言えなくもない。

このように一般的なモデルに基づく推定法は、モデルが複雑すぎる、モデルの正確さに推定精度が左右されるという欠点を持つが、モデルエラーを持つオブザーバでも正確な推定に成功する例もある。それらはモデルエラーをフィルタなど他の部分で補償していることが多い。ゆえに推定が遅れる場合もある。

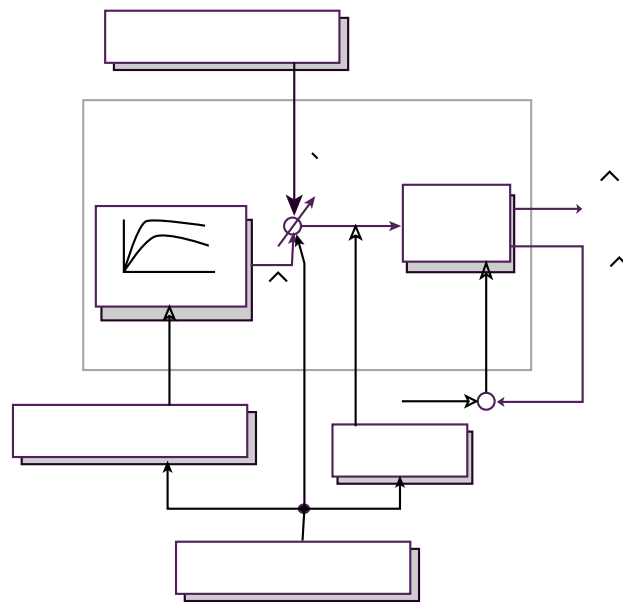


図 3.5: 直接積分とモデルに基づく推定法との複合法による推定アルゴリズム)

3.1.3 直接積分とモデルに基づく推定法との複合法の優位点

現実の VSC システムに採用されている, 直接積分法とモデルによる推定法を組み合わせた β 推定法を紹介する [21]。全体の推定システムは図.3.5 のように表され, その最大の特徴は二輪モデルに基づく数式より算出した横力 \hat{F}_y とセンサ信号より直接積分で得られた横力 \dot{F}_y に重み W をつけた (3.7) を横力の測定値とし, それをもとに β を推定していることである。

$$F_y = W \dot{F}_y + (1 - W) \hat{F}_y \quad (3.7)$$

W は独立に推定した傾斜角と路面摩擦係数の情報を元に決定される。その基準となる $\Delta\gamma$ は逐次計算される γ_{ref} と γ の差より計算され, タイヤモデルが非線形領域にある度合を示す。具体的には W は図.3.6 にその一例を示すような $\Delta\gamma$ の非線形関数である。図.3.6 では $\Delta\gamma$ が大きいほど, 即ちタイヤモデルが非線形領域にあるほどタイヤの非線形性の影響を受けない直接積分法で求めた横力が大きなウエイトを占めるようになっている。

この手法は, タイヤが線形領域にありかつ路面傾斜のない場所, すなわちセンサ値が信用できる範囲において, 直接積分法を使うことが出来るという利点を持つ。ゆえに路面摩擦係数の変化や傾斜角の変化にもロバストである。推定が正確なので実用的であるが、アルゴリズムが少々複雑である。

この他に, ヨーレートセンサを必要としない β オブザーバも提案されている [22]。非駆動輪の車輪速 V_w と横加速度 a_y からそれぞれモデルに基づきヨーレート γ を計算する。それらの重み付きの, より信頼できる γ を非線形オブザーバで推定し, 実測値のかわりとする。同時に, 非線形オブザーバにより β と横方向の車体速度 V_y も推定する。オブザーバは路面摩擦係数 μ の変化に対する適応オブザーバであり, そのために μ の同定も同時に行う。このよ

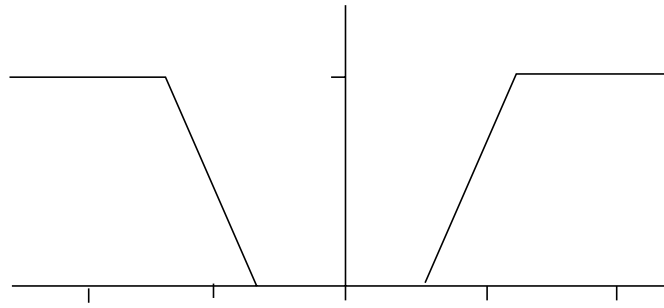


図 3.6: 直接積分とモデルに基づく推定法との複合法における重み関数

うな方法はセンサの精度とモデルの精度に依存するため、全ての場合においてよい推定ができるわけではないと考える。

モデルに基づく推定法と直接積分法の複合推定法として現実的なものが [23] に見られる。路面 μ 変化に遅れのない推定系をつくるために、あらかじめ 3 種類の路面モデルを用意しておき、 β 推定系も路面判定に基づいて行われる。傾斜路でのモデルエラー補正のために直接積分法で得た $\dot{\beta}$ とモデルから計算した $\dot{\beta}$ の偏差に応じて傾斜の度合を判定する。また、スピン時の精度低下に対する補償として、モデルの計算する横加速度と計測した横加速度の偏差からスピン判定をし、スピンしていると判断した場合は一次遅れをもつ疑似積分で β を計算する。この方法はモデルを路面に応じて用意し数々の状況判定を必要とする。現実的であり、正確な推定が期待できるが、やはりこれもアルゴリズムが複雑でモデルの正確さが要求される。

3.2 横加速度を用いた線形オブザーバによる β 推定の提案

前述のように直接積分法とモデルを用いた推定法にはそれぞれ長短があり、結局ふたつの手法の複合法が最も効果的であるというのが著者の見解である。しかし前述の複合法は車両が非線形領域にいる度合に合わせて重みつきファジー制御を施すものであったり、路面状態を判定して場合分けを必要とするものであった。提案するオブザーバはファジー制御や場合分けのいらぬ簡単な線形オブザーバでありながら、車両が非線形領域にあっても正確な推定が可能である β オブザーバであることを以下に示す。

3.2.1 オブザーバの構成

(3.8) は、横方向の運動方程式である。

$$a_y = V \cos \beta (\dot{\beta} + \gamma) + \dot{V} \sin \beta \quad (3.8)$$

β が充分小さいとして、直接積分法の式そのものである (3.8) は (3.9) のように近似出来る。ただし a_{ij}, b_i はそれぞれ行列 A, B の成分である。

$$a_y = V(\dot{\beta} + \gamma) \quad (3.9)$$

$$= V(a_{11}\beta + a_{12}\gamma + b_1u + \gamma) \quad (3.10)$$

横加速度 a_y , 車速 V , ヨーレート γ はみなセンサで測定できるため、(3.9) に代入し $\dot{\beta}$ を計算することができる。

提案するオブザーバは、(2.25) に習い (3.9) を (3.10) に変形し、 a_y を γ とともにオブザーバの入力信号とする。状態方程式群は以下のように表される。

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x = (\beta, \gamma)^T \quad (3.11)$$

$$y = Cx + Du, \quad y = (\gamma \ a_y)^T \quad (3.12)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ Va_{11} & V(a_{12} + 1) \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ Vb_1 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

同一次元オブザーバ

提案する線形オブザーバを同一次元オブザーバで構成する場合の計算方法を以下に示す。付録に具体的な計算方法を載せてあるので式を追えない場合はそちらを参照願いたい。

オブザーバの方程式は (3.14) で表される。

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - K(\hat{y} - y) \quad (3.14)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} + Du \quad (3.15)$$

オブザーバの推定誤差 $e = \hat{\beta} - \beta$ の特性は (3.16) で与えられる。

$$\dot{e} = (A - KC)e \quad (3.16)$$

(3.21) の K によって $A - KC$ の固有値 (オブザーバの極) を任意に指定できれば、推定誤差を任意の特性で 0 に収束させることができる。

2×2 行列 K を調節してオブザーバの極 λ_1 と λ_2 を指定する。極二つに対してゲイン K の 4 つの成分を決めるには二つ冗長が出るため、本論では一例としてなるべく車速 V によって変化しないものを選んだ結果、(3.17) のようになった。

$$K = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1(a_{12}+1)}{a_{11}} - 1 & \frac{a_{11}-\lambda_1}{Va_{aa}} \\ a_{22} - \frac{a_{21}(a_{12}+1)}{a_{11}} - \lambda_2 & \frac{a_{21}}{Va_{11}} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

最小次元オブザーバ

提案する線形オブザーバを最小次元オブザーバで構成する場合の具体的な計算方法を以下に示す。同一次元オブザーバと同様に具体的な計算方法は付録に示す。

ゴピナスの方法に習い、オブザーバの方程式は (3.18) で表される。

$$\dot{\hat{\beta}} = a_{11}\hat{\beta} + a_{12}\gamma + b_1u + k_1(\dot{\gamma} - \hat{\gamma}) + k_2(\dot{a}_y - \hat{a}_y) \quad (3.18)$$

この形のオブザーバでは、状態の微分が出て来ているので、実際にこれを計算することは出来ない。そこで

$$\hat{\beta} = \zeta + k_1\gamma + k_2a_y \quad (3.19)$$

とにおいて ζ に関する状態方程式を作れば、 $\dot{\gamma}$ を消去することが出来る。

$\hat{\gamma}$ は推定されるはずの $\hat{\beta}$ を用い、(3.20) によって再構成する。

$$\dot{\hat{\gamma}} = a_{21}\hat{\beta} + a_{22}\gamma + b_2u \quad (3.20)$$

オブザーバの推定誤差 $e = \hat{\beta} - \beta$ の特性は (3.21) で与えられる。 k_1 と k_2 を調整してオブザーバの極 λ を指定することになる。

$$\dot{e} = \left(\frac{a_{11} - k_1a_{21}}{1 + k_2Va_{11}} \right) e = \lambda e \quad (3.21)$$

極 1 つに対してゲイン K の 2 つの成分を決めるにはひとつ冗長が出るため、本論では一例として γ と a_y それぞれのエラーがオブザーバに対して同等に重んじられるように、二つの成分が同じ大きさになるよう選んだ結果 (3.22) のようになった。

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_{11}-\lambda}{Va_{11}\lambda+a_{21}} \\ \frac{a_{11}-\lambda}{Va_{11}\lambda+a_{21}} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

3.2.2 提案するオブザーバの効果 (シミュレーション結果)

図.3.7 は初速 20m で各輪に $F_m = 200[N/m]$ のトルクを発生させながら緩やかに加速中、三秒後に舵角をステップ状に 3 度右に切った時、提案する同次元型オブザーバを用い β を推定したシミュレーションである。同次元型なので β と γ 両方の推定信号が得られる。前述の γ だけをオブザーバ入力とするオブザーバによる推定に比べ、 β に関しては提案するオブザーバははるかに正確な推定に成功している。一方 γ の推定に関しては提案するオブザーバは少々精度が落ちるが、こちらは推定目的の信号でないのによしとする。こうして見ると提案するオブザーバは 2 つの信号をオブザーバ入力として利用するため、 γ の推定精度を犠牲にして求める β の推定精度を上げていることがわかる。

図.3.8 は図.3.7 と同運転状況において、舵角信号にパワー 1 % の白色ノイズが乗っている場合の β を推定したシミュレーションである。 γ だけをオブザーバ入力とするオブザーバによる推定に比べ、直流成分だけを見ると推定精度は落ちていないが、 β の推定結果に比較的大きなノイズがのってしまう。これは推定の場合には問題ではないが、推定した β をそのまま制御に使うとなれば問題となるであろう。

図.3.9 はモデル中のコーナリングパワー CP を変えて提案するオブザーバを用い β を推

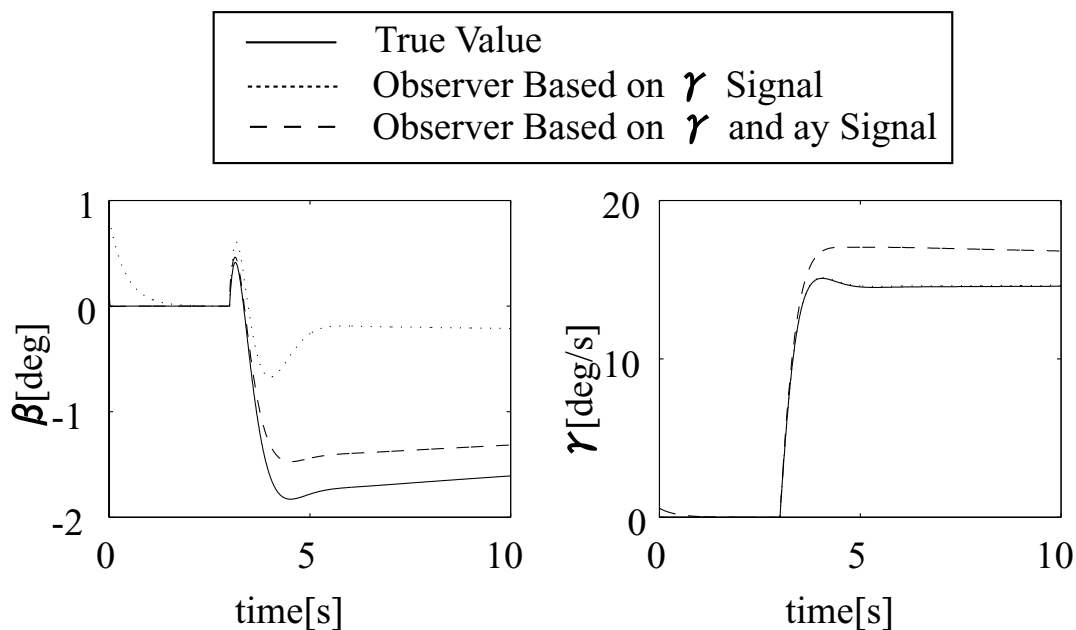


図 3.7: ヨーレートだけを入力とする線形オブザーバによる推定結果と、提案するヨーレートと横加速度を2入力とする線形オブザーバによる推定結果の比較 (シミュレーション)

定した結果である。CP にモデルエラーがあったとしても、推定値への影響は少ないことがわかる。

図.3.10 はモデル中の質量 M を変えて提案するオブザーバを用い β を推定した結果である。普通乗用車の常識である $1,000[\text{kg}]$ 前後を大方想定すれば、 M にモデルエラーがあったとしても、推定値への影響は少ないことがわかる。

図.3.11 はモデル中のイナーシャ I を変えて提案するオブザーバを用い β を推定した結果である。 I が本当の値よりも小さいとき推定誤差が少ない。定性的に述べると、これは車体が横すべりを起こしているとき、見かけのイナーシャ I が小さくなり、車体が回りやすくなっているからだと見ることができる。モデルエラーによる定常誤差をなくすには、この見かけのイナーシャをも逐次推定してやるロジックが必要だと考えられる。

また、図.3.12 はオブザーバの極の一つを変えて推定した結果である。極が遅すぎると推定値は正確でなくなることが分かる。これは線形オブザーバに共通する特徴である。

提案するオブザーバの特徴を以下のようにまとめる。

- 線形オブザーバであるので、自由に極配置を出来るという自由度は持ち合わせたままである
- しかしながら、車両運動の非線形領域でも比較的正確な推定ができる
- コーナリングパワー、質量等のモデルエラーにもロバストである

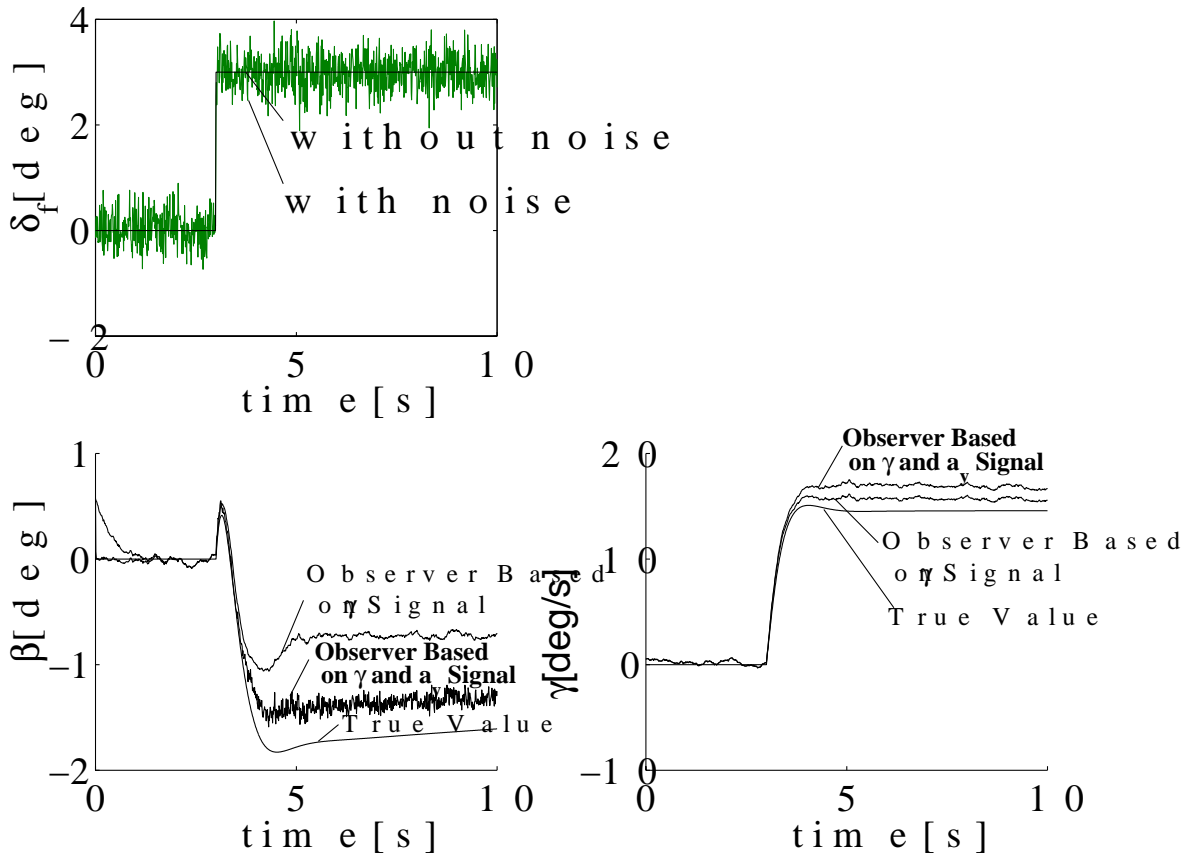


図 3.8: 舵角信号に雑音があるときの、ヨーレートだけを入力とする線形オブザーバによる推定結果と、提案するヨーレートと横加速度を2入力とする線形オブザーバによる推定結果の比較 (シミュレーション)

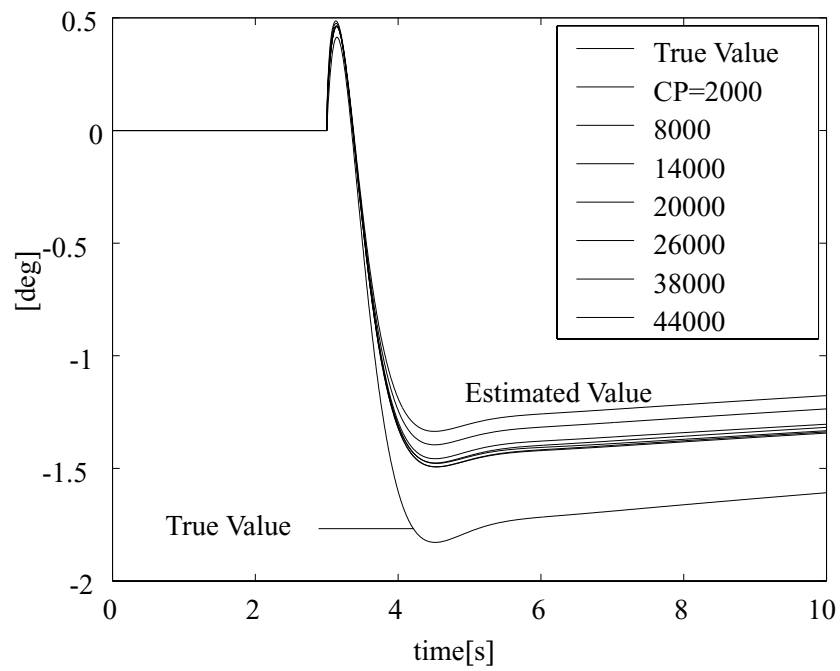


図 3.9: CP にエラーが含まれる場合の提案するオブザーバによる推定結果への影響

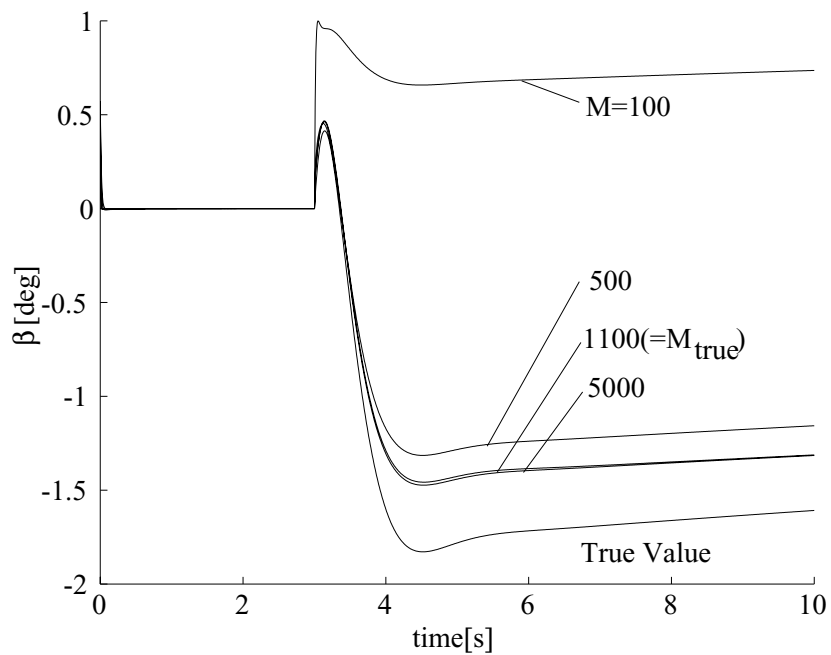


図 3.10: M にエラーが含まれる場合の提案するオブザーバによる推定結果への影響

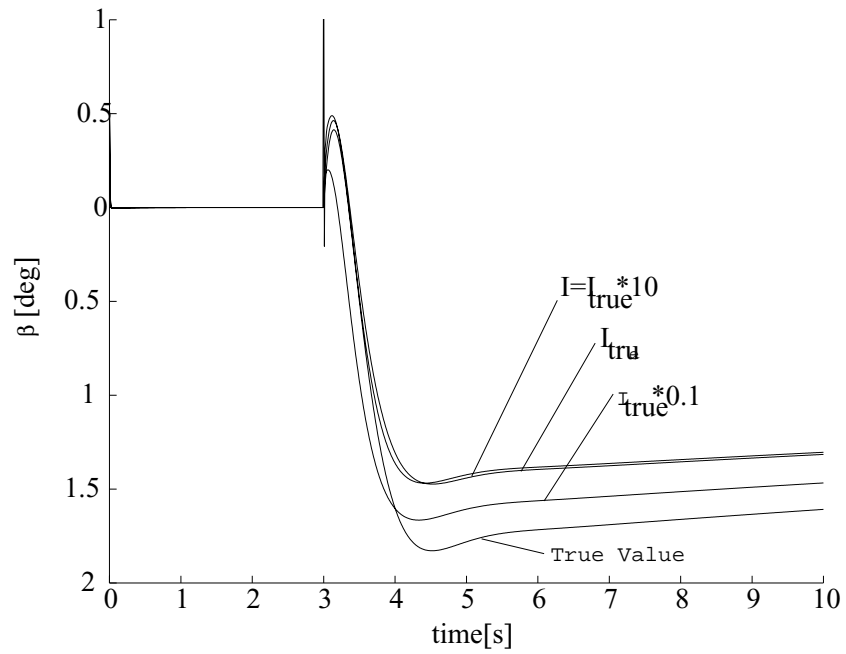


図 3.11: I にエラーが含まれる場合の提案するオブザーバによる推定結果への影響

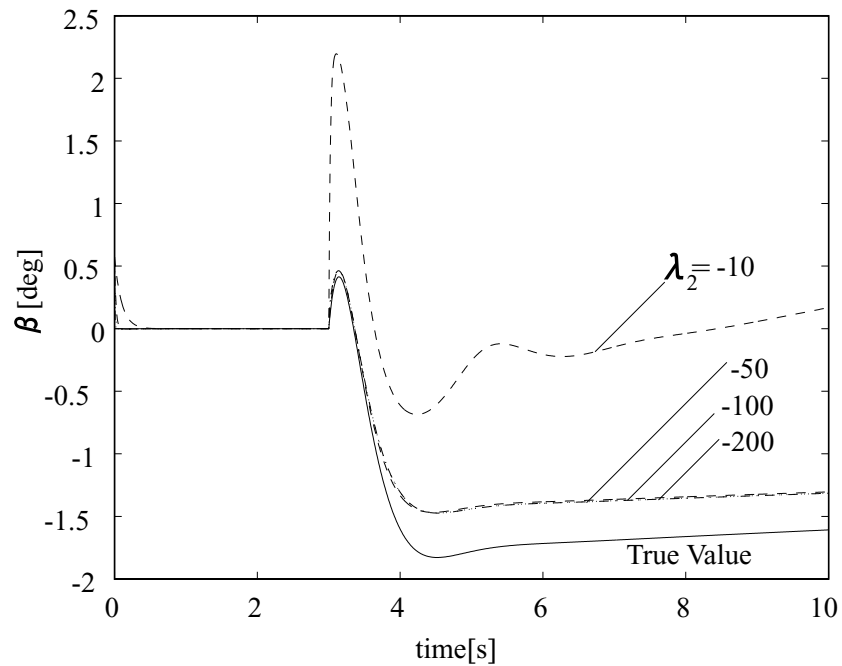


図 3.12: 極配置による提案するオブザーバの推定結果への影響

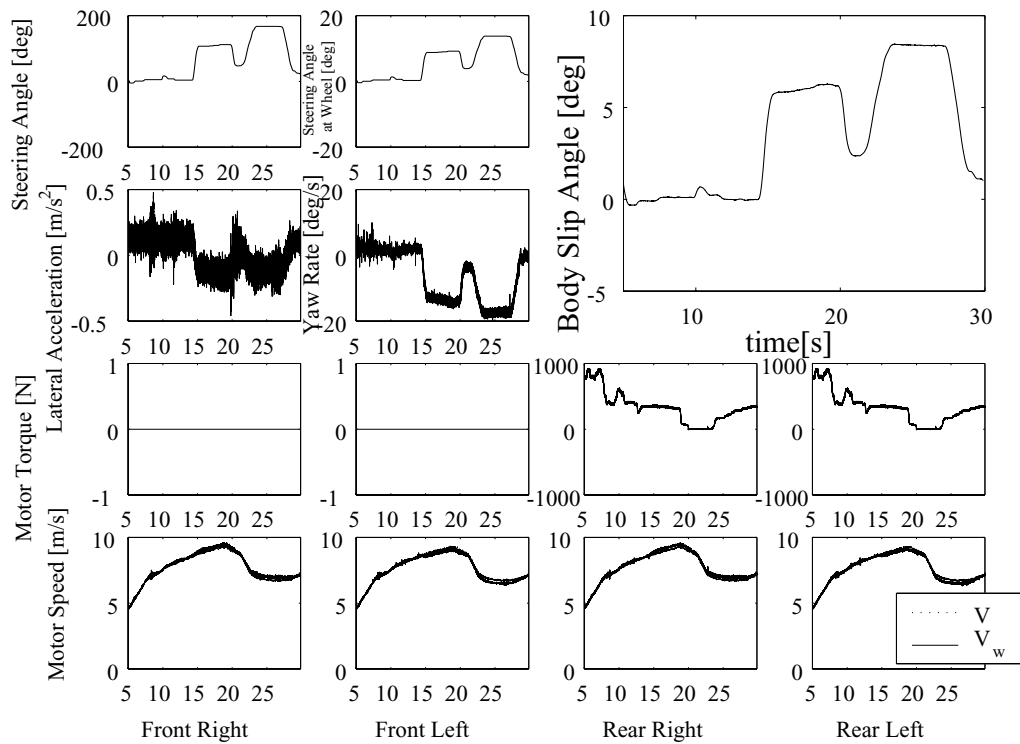


図 3.13: 実験結果 : $V_0 = 30[\text{km/s}], \delta_f = 17[\text{deg}]$ (スピンなし) β の推定結果

- 線形オブザーバであるゆえの推定限界が定常誤差となって現れるが、これはオブザーバ中のモデル定数のひとつである慣性 I を一緒に推定して行くことで改善する可能性がある。

3.2.3 提案するオブザーバの効果 (実験結果)

提案するオブザーバを用いて東大三月号 II をスキッドパッド (低 μ 旋回路) で行った実験結果を以下に示す。なお、車速は非駆動輪であるふたつの前輪速度の平均値をとった。

図.3.13 は初速 $30[\text{km/h}]$ で前輪舵角を $17[\text{deg}]$ ステップ状に切ったときの車両挙動を示した図であり、右上が β の推定結果である。この実験では車両はスピンしなかったため、どの車輪速も車速に追従し、多少のステアリングによる車両姿勢の立て直しのおかげで β の推定結果は最終的に 0 近くまで収束している。

図.3.14 は初速 $50[\text{km/h}]$ で前輪舵角を $20[\text{deg}]$ ステップ状に切ったときの車両挙動を示した図あり、右上が β の推定結果である。この実験では車両がスピンのため、旋回内側の駆動輪である左後輪にスリップした様子が見られる。結果的に β は $15[\text{deg}]$ 近くまで上がり、車両挙動が不安定化した様子がよくわかる。

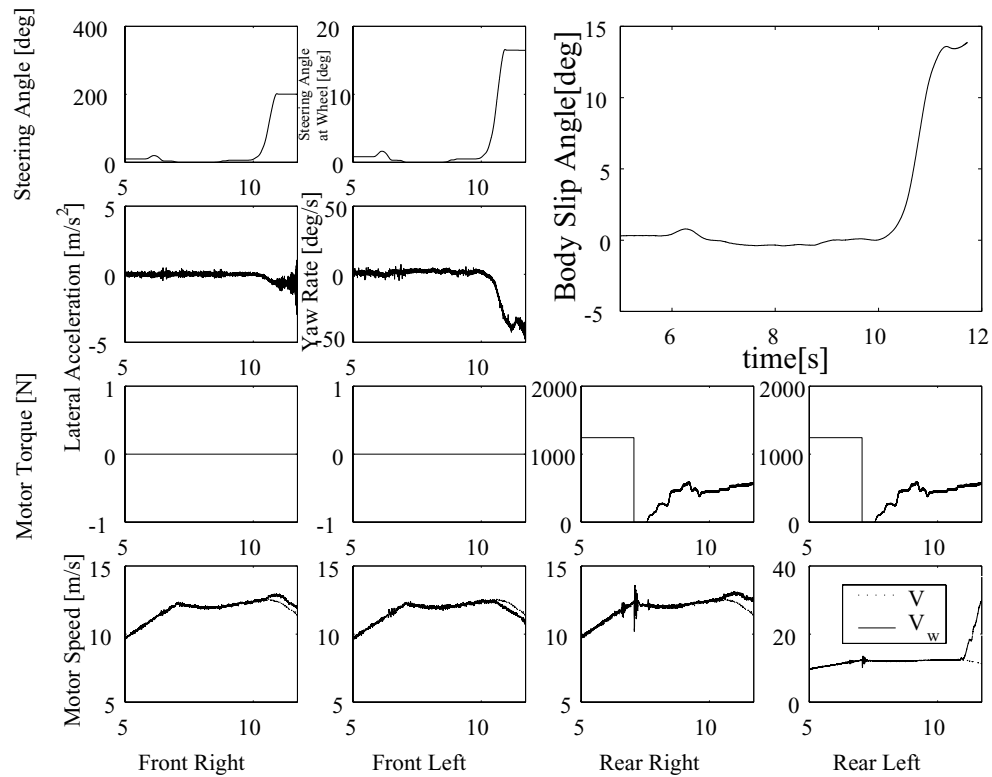


図 3.14: 実験結果 : $V_0 = 50[\text{km/s}], \delta_f = 20[\text{deg}]$ (スピンあり) β の推定結果

3.2.4 さらなる改善点

提案するオブザーバは、同次元型、最小次元型ともにオブザーバゲインを決定する際どちらも冗長が出る。本論では一例として、車速 V 変化に対し不変なゲインと、 γ と a_y どちらのエラーも同じ重みでオブザーバに反映するゲインを示し、シミュレーションを前者の手法で行った。

ここではその冗長を生かし、オブザーバの推定性能そのものを向上させるゲインを選ぶ手法を紹介する。

(3.21) における行列 $A - KC$ の成分を以下のように表す。

$$A - KC = \begin{pmatrix} f_{11}(\mathbf{K}) & f_{12}(\mathbf{K}) \\ f_{21}(\mathbf{K}) & f_{22}(\mathbf{K}) \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

オブザーバの極 λ_1 と λ_2 によって (3.23) の行列成分は以下の式で決定される。

$$(s - f_{11})(s - f_{22}) - f_{12}f_{21} = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \quad (3.24)$$

(3.24) は以下の 2 つの方程式を解く問題に帰着される。

$$g_1(\mathbf{K}) = -f_{11} - f_{22} - (-\lambda_1 - \lambda_2) = 0 \quad (3.25)$$

$$g_2(\mathbf{K}) = f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21} - \lambda_1\lambda_2 = 0 \quad (3.26)$$

また、余った 2 つの自由度を、パラメータ変動に対する低感度化に利用する。ここでは例えば、 $\beta - \hat{\beta}$ が最小になるような評価関数 J を以下のように設定する。

$$J(\mathbf{K}) = \mathbf{Q}(\beta - \hat{\beta})\mathbf{Q}^T \quad (3.27)$$

また、この評価関数を用いて下に示すようなラグランジュ係数を設定する。

$$L(\mathbf{K}) = J(\mathbf{K}) + \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{g}(\mathbf{K}) \quad (3.28)$$

このラグランジュ係数に関して以下のような編微分方程式が成り立つようなオブザーバゲイン \mathbf{K} が求まる。

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{K}} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\xi}} = 0 \quad (3.30)$$

(3.29) は、 2×2 行列 \mathbf{K} の要素を K_{ij} とすると、以下の 4 式を解く問題に帰着される。

$$\frac{\partial L}{\partial K_{ij}} = 0 \quad (i = 1, 2 \quad j = 1, 2) \quad (3.31)$$

また、(3.30) は、(3.25) と (3.26) の 2 式を解くことと同値である。このようにして、オブザーバゲインを決める際に余った冗長を利用し、パラメータ変動に対する感度が低いオブ

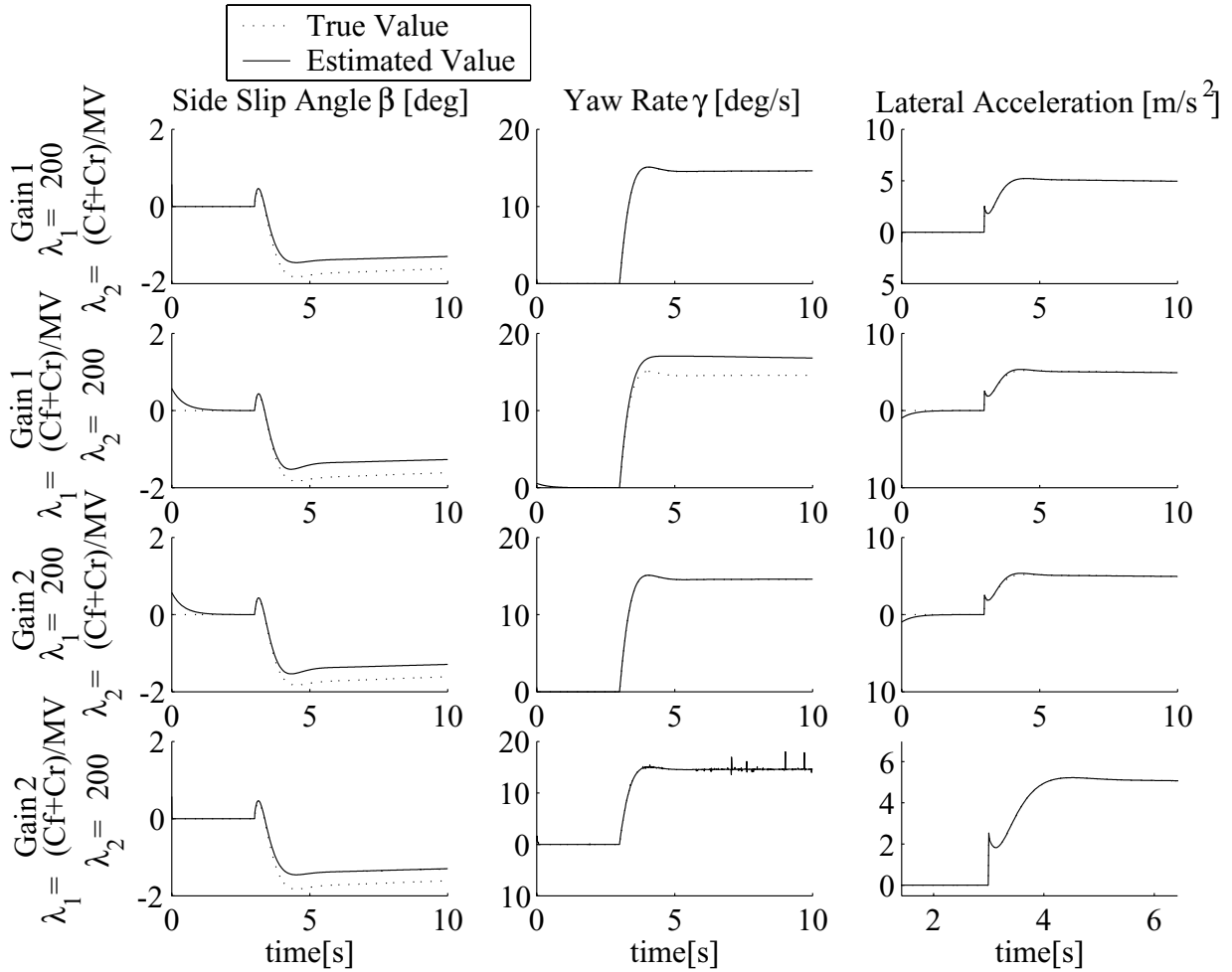


図 3.15: β の推定誤差を最小にする評価関数を用いてオブザーバゲインを決定した際の推定結果への影響

ザーバを設計することができる。

ここで (3.27) を何に設定するかによって、オブザーバゲインと性能が違ってくる。

二輪モデルを用いて $\beta = A_{11}\beta + A_{12}\gamma + B_1u$ とした場合推定結果は図.3.15 のようになる。(ゲインの計算方法は付録 B を参照) $\hat{\beta} - \beta$ が 0 になるようにゲインを設定したのに、推定誤差は適当にゲインを決めたときと変わらない。これは、オブザーバが持っているモデルが β を二輪モデルを元に計算した値であると信じているため、オブザーバの中では $\beta - \hat{\beta}$ は 0 になっているが実際には推定誤差がでているという例である。

しからばとゲインを設定するとき β をよりモデルに関係ない $\beta = \tan^{-1} \frac{V_y}{V_x}$ や $\beta = \int \left(\frac{a_y}{V} - \gamma \right) dt$ にしてみても、ラグランジュ方程式を解くときに $K_{i,j}$ に関係ない定数項として全て消えてしまうので、結果として求められるゲインは同じである。したがって、 $\beta - \hat{\beta}$ が最小になるようなオブザーバゲインを決定しても、推定誤差を縮めるには限度があると言える。前述したように、オブザーバ中のパラメータ I や M や CP を変えてみても、この定常誤差はあまり小さくならない。このどうしても生じてしまう定常誤差は、線形オブザーバの限界によるものと言ってもよい。

また、提案する最小次元オブザーバにおいては、同じように $\beta - \hat{\beta}$ を最小にする評価関数をもとにラグランジュ方程式を解いたところ、

$$\frac{\partial L}{\partial K_1} = 0 \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial L}{\partial K_2} = 0 \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = 0 \quad (3.34)$$

を解く問題に帰着されたが、こちらは解が空集合となってしまった。

第4章 電気自動車を用いた車体すべり角 β の制御

4.1 車両の横方向運動制御に関連する研究動向

4.1.1 ITS

車両の横方向運動制御に関する研究として最近では自動運転やレーンキーピングに関するITS(Intelligent Transportation Systems)と呼ばれる研究が盛んであり、論文も数多くある。しかしながらあえてEVを使うメリットはないことと、画像処理など車両運動制御以外の要因が研究の主役になる傾向があるため、本論文ではその紹介を割愛する。

4.1.2 DYC

92年度の車両運動制御に関する国際会議-AVEC'92で初めてヨーモーメント制御というセッションが設けられて以来、左右輪の駆動力の差から生成されるヨーモーメントによって車両の横方向の運動を制御するDYC(Direct Yaw Moment Control)に関する研究は大幅に増加した[24]。その前は車輪操舵によって車両の横方向の運動を制御するAFS(Active Front Steering)や4WS(4 Wheeled Steering)に関する研究が、数式モデルを立てやすいため盛んであったが、これらはタイヤに働く横力が飽和し車両運動が非線形領域に入ったときにはあまり効果がないため、車両の横方向運動制御の研究の花形からは退いた。

γ を制御対象とするDYC

初期のDYCはほとんどが γ のモデルフォロイング制御であった。

DYCを考案した芝端らの[25]は、旋回時の重心移動をも配慮した左右駆動、制動力配分制御の基本的なシステム構成を示した。また、内燃機関車におけるDYCのアクチュエータとして、三連プラネタリギアアセンブリ、右旋回用質式クラッチ、油圧制御部から成り立つMCU(モーメントコントロールユニット)を紹介している。図.4.1にその概観をしめす。このユニットでは、エンジン回転数や吸気負圧などのエンジン情報から求めたエンジントルク、エンジン回転数及び前輪車速からギア比により駆動トルクを決定する。さらにこのトルクから前後加速度を推定する。また、後輪車速とステアリング舵角から横加速度を計算

し、実際に計測した横加速度と照らし合わせながら旋回量を決定する。最後に、前後加速度と旋回量から左右駆動力配分量を算出し、MCU 内のクラッチ油圧を制御するための目標油圧値を決定する。

また、[26] では、 H_{∞} 制御によって車速に応じたフィードバックゲインを設定するモデル

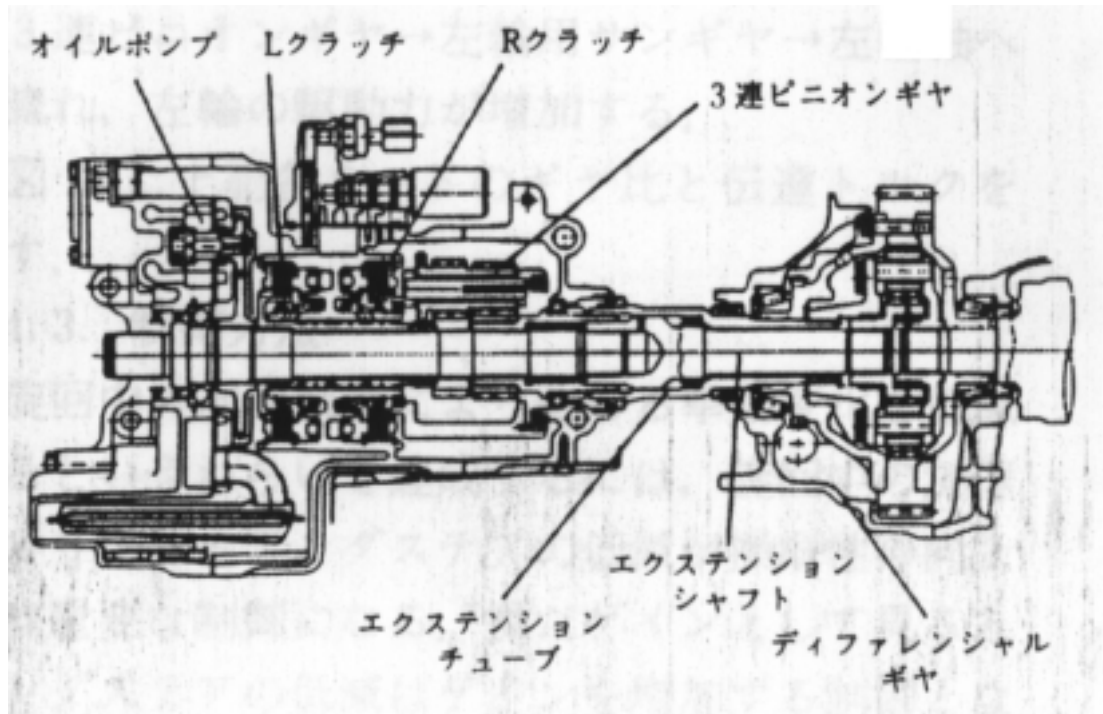


図 4.1: モーメントコントロールユニットの概観

追従型 DYC を提案している。制御対象は γ と横速度 v_y であり、油圧ブレーキで補償ヨーモーメントを生成し、旋回時の運動を制御する。

他には ABS の油圧機構を利用した、ABS と DYC の協調制御 [27] や、タイヤモデルを用いたスライディングモード DYC 制御 [28] などがある。

a_y を制御対象とする DYC

横加速度 a_y は安価なセンサによって容易に測定が可能であり、加速度は乗り心地とも密接に関係することから、産業界では a_y を DYC の制御対象とした横方向のアクティブセーフティ技術が開発されている。

Bosch 社の VDC は、ホイール毎に制御可能な油圧ブレーキコントローラを用いて、 a_y と γ の両方を制御する横方向運動制御則である。制御則のメジャー FB ループは β を γ 参照しながら車両全体の安全性を追求し、マイナー FB ループは車輪の油圧ブレーキによる制動力とエンジンによる駆動力を制御する [29]。

芝端らが提案した β -Methodは、 β が大きくなりすぎると操舵角を変えてもヨーレートを変えることができなくなることを明らかにした。しからばと β が大きくなりすぎるのを防ぐために、 β を直接制御対象としたDYCも登場したが、その数は少ない。その理由は β が直接計測するのが困難であることと、各輪に施したマイナーループで横方向の運動を制御するほうが路面からの様々な影響をダイレクトに制御することができるからである。

[30]は β とその微分値が同符号の時だけ油圧ブレーキをアクチュエータとするDYCを働かせ、 β の絶対値が0に収束していくような切り替え式の運動制御器を提案している。

これら全ては内燃機関車を対象とした研究であるゆえ、その制御アクチュエータは電気モータに比べ複雑かつ非線形要素が多い。また、アクチュエータとしての応答も油圧ブレーキは電気モータに比べ1桁、エンジンは2桁も遅い。第一章でも述べたように、EVでのDYCなら上に述べた様な複雑な制御則を電気モータをアクチュエータとしたDYCで速く正確に実現することができる。本論文では β と γ の非干渉制御という題材を用い、EVならではの β 制御を提案する。

4.2 β と γ の2変数を制御する必要性

AFSは車両の線形領域においてより横方向運動を安定化する効果をもち、DYCは車両の非線形領域においてより横方向運動を安定化する効果をもつ。そのため、ふたつの協調制御に関する研究は最近増加してきている[19][31]。本論では電気モータの優れた応答特性を生かすことで、より高度な車両の二次元運動制御を、DYCとAFSの非干渉化によって実現することを提案する。

なお、本章での議論は β が既知であるとみなし、制御だけの議論に的を絞ることにする。

4.2.1 互いに干渉し合う2変数

第二章で示したように車体の二次元運動の安定化にはヨーレート γ と車体すべり角 β という二つの状態量を制御することが重要であり、制御入力も二つあることが望ましい。今までの車両の横方向運動に関する研究では、制御対象は β 、 γ そして a_y などひとつの状態量であり、制御の目的は「安全性向上」もしくは「コーナリング特性向上」のどちらかであった。ただしここでは「安全性向上」をタイヤ横力飽和に起因する車体の横すべり角 β が短時間で0に収束することを指す¹。また、「コーナリング特性向上」はドライバによって作り出された前輪操舵角に応じたヨーモーメントの参照値に実際のヨーモーメント γ が追

¹ β は車両に横方向速度が発生している限り0にならないため、0でないことがいつでも横すべりを起こしていることと同値とは限らない。

従すること、つまり思いどおりに舵を切れることを指す。どちらも車両の性能を司る大事な制御目標であるが、両者はトレードオフの関係にあり、同時には達成できない。

なぜなら β と γ は互いに干渉し合う状態量であるからだ。例えば図.4.2 に示すように、 β と γ にはある一定の非線形な関係が存在し、それはドライバの作り出す前輪舵角によって変わる [?]。また、路面摩擦係数 μ の大きさによってもこの曲線は変化するはずである。このように γ と β には密接な関係が存在するため、両者を独立に制御する制御系の設計は困難であり、完全な非干渉制御を施すのは不可能である。しかし本論ではあえて非干渉化制御を試み、結果的に安全性向上とコーナリング特性向上の2つの目的を同時に達することができることを示す。2入力を用いて2状態量を制御することの醍醐味はここにある。

では2つの制御入力とは一体何にすればよいのであろうか。本論では [31] に習い、図.4.3

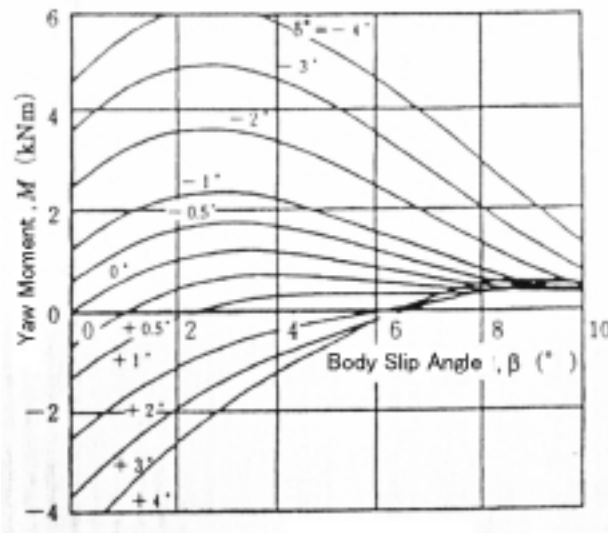


図 4.2: 操舵角に基づき発生する横力に対する β と γ の関係

に示す補償ヨーモーメント N と前輪補償舵角 $\Delta\delta_f$ を用いる。 N は左右輪の駆動力の差から生成されるヨーモーメントであり、前述したように N を生成する制御法をDYCと呼ぶ。 $\Delta\delta_f$ はステアリング機構にとりつけられたEPS²により生成される補償舵角であり、 $\Delta\delta_f$ を生成する制御法を、前述したようにAFSと呼ぶ。

2入力を用いて2状態量を制御する研究は [31] においてAFSとDYCの協調制御という形で研究成果が明らかである。しかし本論では、AFSとDYCがつくる制御入力の一部が互いに外乱として作用していると考え、2つの制御の非干渉化を試みる。

非干渉化の概念を図.4.4 に示す例で説明する。通常は2つの水道の蛇口の一方を捻るとお湯の量と温度が両方変化するが、片方の蛇口が温度だけを、もう片方がお湯の量だけを制御するようにシステムに細工を施すことが量制御と温度制御の非干渉化である。このよ

²Electric Power Steering:電動パワーステアリング。この場合は補償舵角を生成することの可能なタイプを用いる。

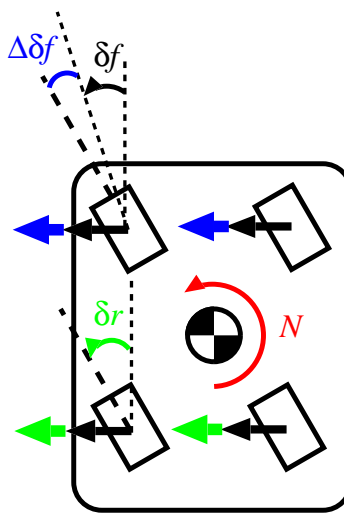


図 4.3: 制御入力 $\Delta\delta_f$ と N

うに、 β と γ という制御対象と AFS と DYC という制御手法があったときに、片方の制御手法だけで片方の制御対象を制御することが、本論の意図する非干渉化である。

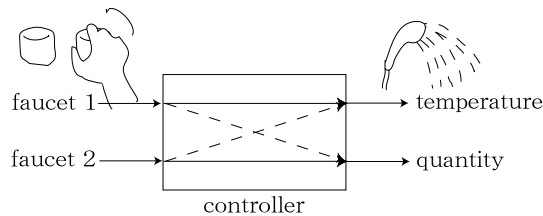


図 4.4: 非干渉制御の概念

4.2.2 AFS と DYC の用法

では、AFS と DYC のどちらで β と γ のどちらを制御したらよいのであろうか。結論から言うと、

- AFS で $\Delta\delta_f$ を生成し、 γ を制御
- DYC で N を生成し、 β を制御

しかない。逆の場合 β の目標値を 0 とすると、AFS で β を制御した際に制御系がドライバの入力舵角を打ち消す補償舵角を生成し、曲がれない車ができるからである。

ちなみに車両が 4 輪操舵の場合、4 WS (Four Wheel Steering) だけで β を 0 に制御しつつ曲がることは可能である。[31] では 4 WS だけで β を制御する場合の入力舵角に対するヨーレイトの伝達関数を規範車両モデルとする制御系を構成している。

4.3 提案する 2 変数の非干渉制御手法

車両の線形二輪モデルにおいて、ヨーモーメント N と前輪補償舵角 $\Delta\delta_f$ を制御入力とした場合の状態方程式は (4.1) のようになる。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} + H\delta_f \quad (4.1)$$

但し

$$\boldsymbol{x} = (\beta, \gamma)^T, \quad \boldsymbol{u} = (\Delta\delta_f, N)^T \quad (4.2)$$

$$H = \begin{pmatrix} \frac{2C_f}{MV} \\ \frac{2C_f l_f}{I} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{2C_f}{MV} & 0 \\ \frac{2l_f C_f}{I} & \frac{1}{I} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

AFS と DYC の非干渉化として最も基本的な方法は AFS と DYC をそれぞれフィードバック制御として設計する方法である。DYC と AFS の干渉はそれぞれにとって外乱のように働くが、フィードバックループにより抑圧しながら、目標値に追従しようとする。ここではそのような AFS と DYC の設計法を個別に考える。

4.3.1 AFS のコントローラの設計

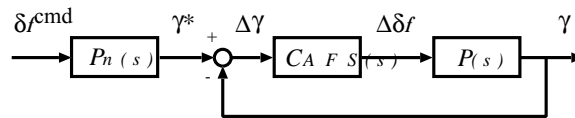


図 4.5: フィードバック型 AFS のブロック線図

AFS の実現方法として本論文では図 4.5 のようなヨーレートモデル追従制御を用いる。前輪操舵角から規範ヨーレートを作り、実ヨーレートをフィードバックする制御である。規範ヨーレートは前輪操舵角の一時遅れをとるものとする。ただし τ は時定数である。また、 $P(0)$ は δ_f から γ への伝達関数の直流成分とする。

$$\begin{aligned} \gamma(s) &= P_n(s)\delta(s) \\ &= P(0)\frac{1}{1+\tau s}\delta(s) \end{aligned} \quad (4.4)$$

コントローラ $C_{AFS}(s)$ の設計のためにプラントの伝達関数を (4.1) より求めると以下のようになる。ただし、 A_{ij} 、 B_{ij} は各々行列 A 、 B の要素を表す。

$$P(s) = \frac{B_{21}s - A_{11}B_{21} + A_{21}B_{11}}{s^2 - (A_{11} + A_{22})s + (A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21})} \quad (4.5)$$

$C_{AFS}(s)$ を PID 制御器とし、以下のように設定する。

$$C_{AFS}(s) = K_P \quad (4.6)$$

$C_{AFS}(s)$ は施行錯誤した P 制御器とするが、回転角速度と前輪操舵角の微分が同じ次元であることから K_P ゲインだけで定常誤差を生じない制御が可能であることが感覚的にも明らかである。

図.4.6 は K_P の値を調節しながら AFS 制御を車両に施したときのシミュレーションである。車両モデルは、路面と車輪との摩擦、各タイヤに働く横力、3 次元的な車両の荷重移動などを考慮した、実際の車両により近い非線形 4 輪モデルである。路面の摩擦係数は 1.0 とした。 δ_f^{cmd} と δ_f の差が AFS によって生成された前輪補償舵角 $\Delta\delta_f$ を表している。

シミュレーション中での運転状況の設定は以下に説明するとおりである。初速 20[m/s] で走り始めた車両の各車輪は 200[N] の一定トルクを出し続けながら加速し、シミュレーション開始 3 秒後にドライバはステップ状に前輪舵角 3 度を切る。車両はそのまま曲がり続ける。

図.4.6 では K_P が 1 という小さな値でもヨーレート参照値 γ^* に追従することに成功している。 K_P が 10 になると $\Delta\delta_f$ の生成による舵角 δ_f の過渡応答が激しくなり適当ではない。制御なしの場合 γ^* の追従は悪く、追従誤差を補償するために制御ありの場合 $\Delta\delta_f$ がより大きく生成されていることが特徴的である。

また、 δ_f 、 γ とともに目標値に追従することに成功しているが、AFS だけでは β は小さいながらも一定の値をとり、横すべりし続ける。わずかではあるが、制御をしたときのほうが制御なしのときよりも横すべり角が大きくなっている。よって、AFS 単独での姿勢制御は効果的でない結論付けることができる。

4.3.2 DYC のコントローラの設計

DYC の実現方法として本論文では図.4.7 のような β 追従制御を用いる。

コントローラ $C_{DYC}(s)$ の設計のためにプラントの伝達関数を (4.1) より求めると以下のようなになる。

$$P(s) = \frac{B_{12}s - A_{22}B_{12} + A_{12}B_{22}}{s^2 - (A_{11} + A_{22})s + (A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21})} \quad (4.7)$$

$C_{DYC}(s)$ を PID 制御器とし、以下のように設定する。

$$C_{DYC}(s) = K_P \quad (4.8)$$

$C_{DYC}(s)$ は施行錯誤した結果、P 制御器とする。補償ヨーレートは回転角速度の次元、車体すべり角は速度の次元であることから K_P ゲインだけでは定常誤差を生じてしまうため、普通なら PI ゲインにしたいところである。しかしながら、図.4.8 に示すように、PI 制御器にすると補償ヨーレート N が不必要に増加し車両挙動が不安定になる上、 β^{cmd} に追従しないという結果が出てしまうため、P 制御器を用いる。この理由は後に述べる。

図.4.9 は図.4.6 と同様のシミュレーションモデルを用い、同様の運転状況において DYC 制御を単独でほどこした時のシミュレーション結果である。舵角は制御しないので、補償

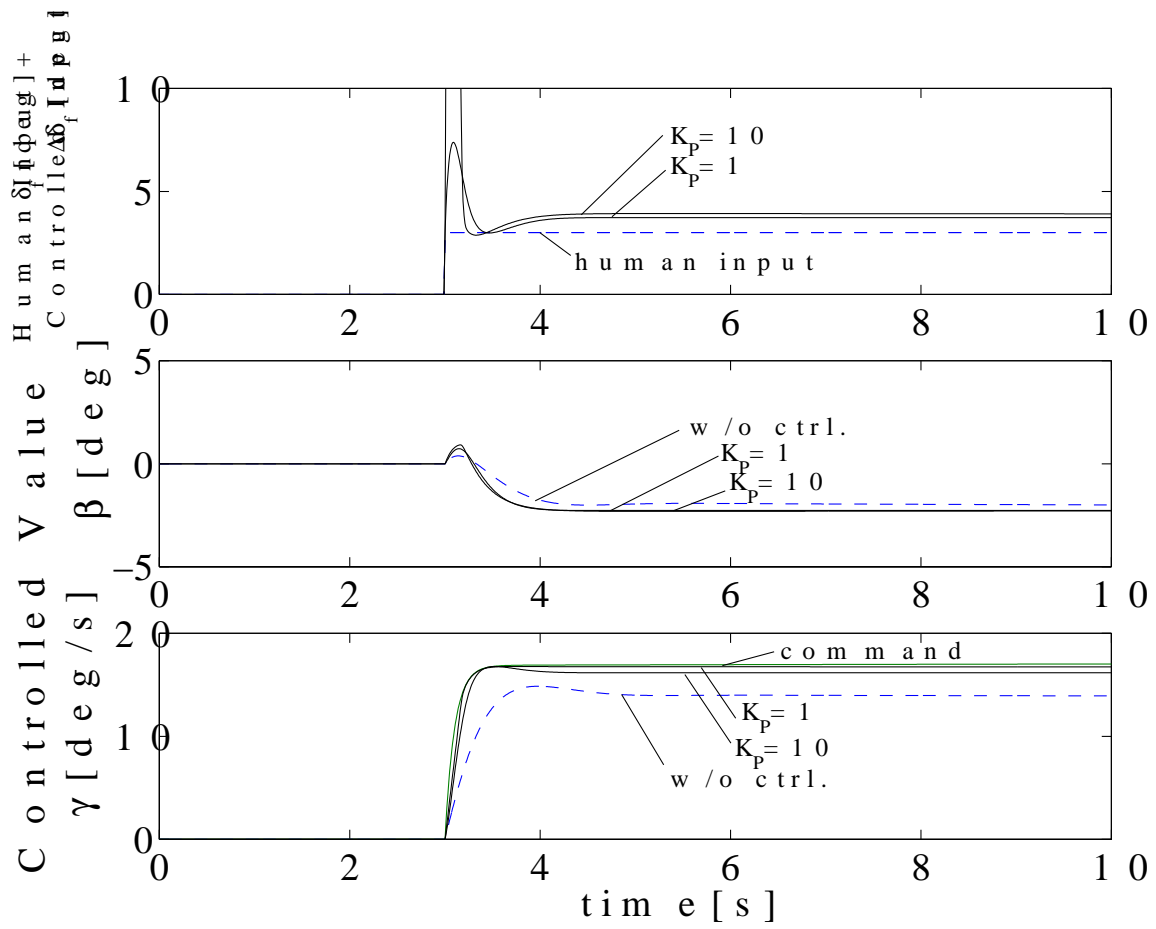


図 4.6: P ゲイン型 AFS のシミュレーション結果

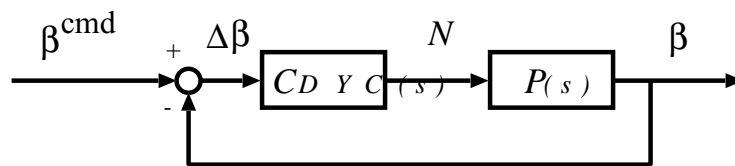


図 4.7: フィードバック型 DYC のブロック線図

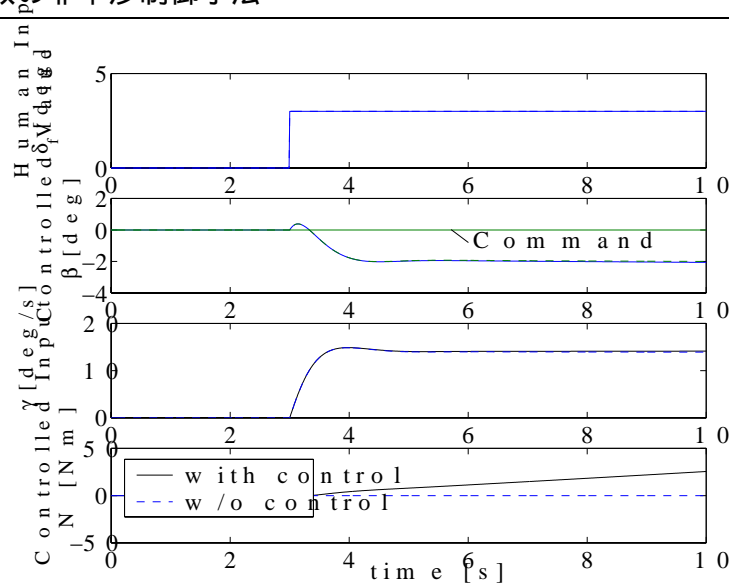


図 4.8: PI ゲイン型 DYC によるシミュレーション結果

舵角 $\Delta\delta_f$ は 0 である。ここで問題なのは、 K_P をどのように変えても β が追従せず、 K_P を大きくしすぎると補償ヨーレート N が増大して車両挙動が不安定になることである。

なぜ PI 制御も P 制御も効力をなさないのでしょうか。(4.1) を参照されたい。 N の $\dot{\beta}$ に対する影響は 0 である。つまりどのように補償ヨーレート N を加えても、 β は制御できないのである。これは線形二輪モデルに限った話であるが、実際非線形モデルでシミュレーションしても β を制御することができなかつたばかりか、路面摩擦係数が低いなど、より条件が悪い場合には、運転状態を回復することは不可能だと思われる。これでは DYC 単独で車両状態を制御することはできない。

以上より、AFS と DYC を各々フィードバック制御器として設計する方法には、車両運動自体が不安定化してしまう、もしくは制御器が効果を持たないという問題が生じることがわかった。ゆえに β と γ を同時に制御する場合には、AFS と DYC を同時に行うことが必要になってくる。

4.3.3 AFS と DYC の非干渉制御

図 4.10 は、前述した AFS と DYC を両方同時に動作させるときのブロック線図である。図中の非干渉化制御器がないときは、AFS で計算された制御入力 $\Delta\delta_f$ と、DYC で計算された制御入力 N は、図中では点線で表され、互いの制御へ影響する。DYC 側の N と β が矢印で繋がっていないのは、前述の理由によるものである。非干渉制御器があるときは、互いへの影響は外乱と見なされ取り除かれる。

外乱オブザーバをベースにした非干渉制御器は AFS 側にしかない。つまり DYC によって生成された N の AFS への影響 (右斜め上に向かって矢印) を取り除くブロックが存在しない。 N から β への影響が 0 なので、DYC 側に外乱オブザーバを組んでも無効であ

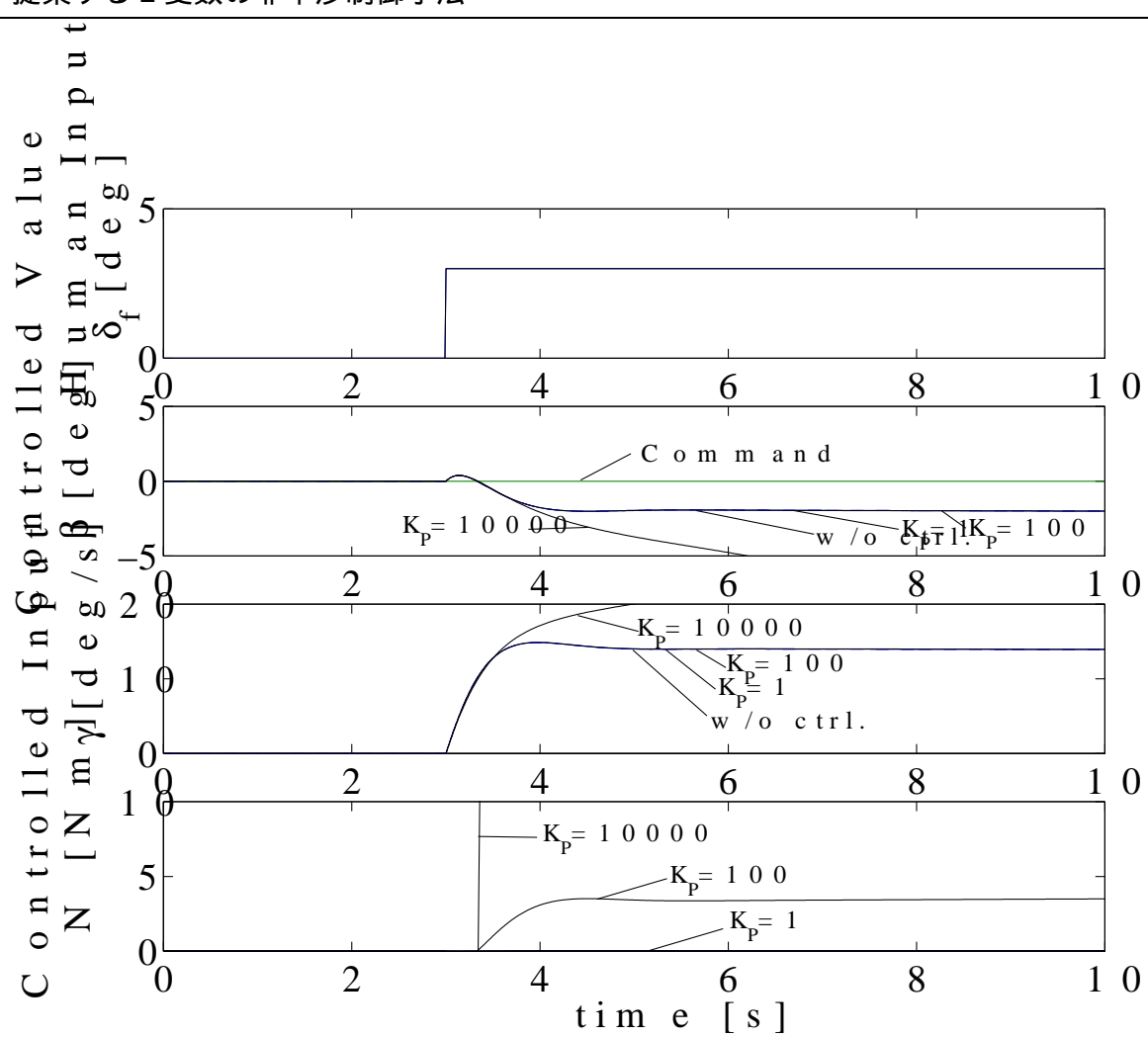


図 4.9: P ゲイン型 DYC のシミュレーション結果

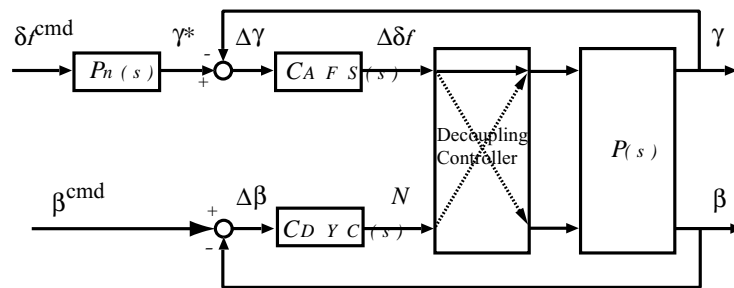


図 4.10: 非干渉制御器を含むシステム全体のブロック線図

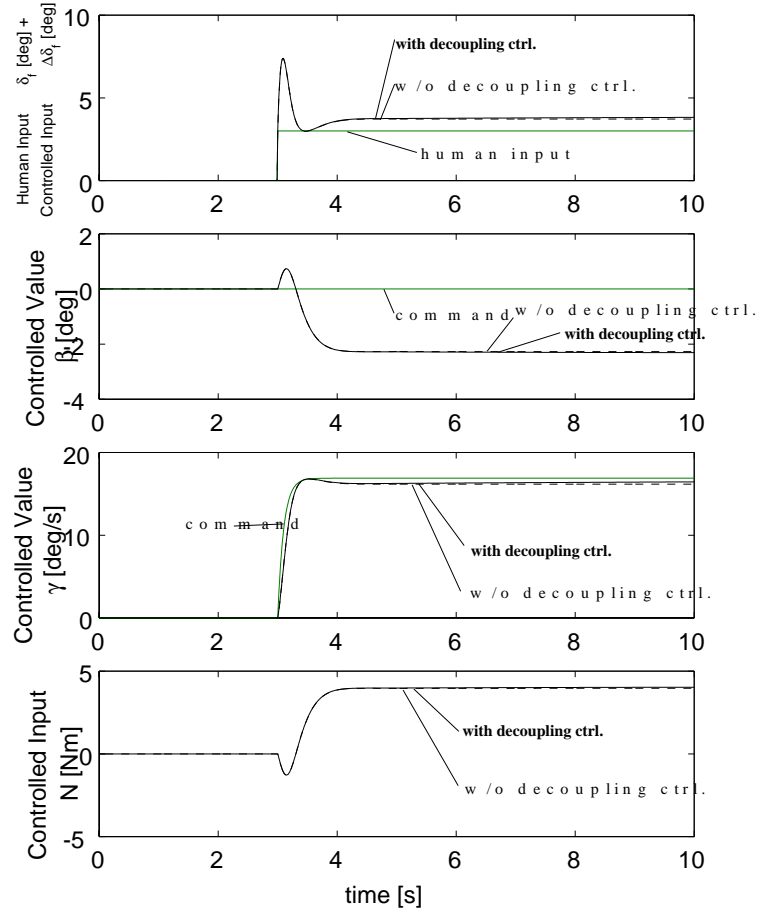


図 4.12: ステップ状操舵角 $\delta_f^{cmd} = 3[deg]$ における非干渉制御のシミュレーション結果

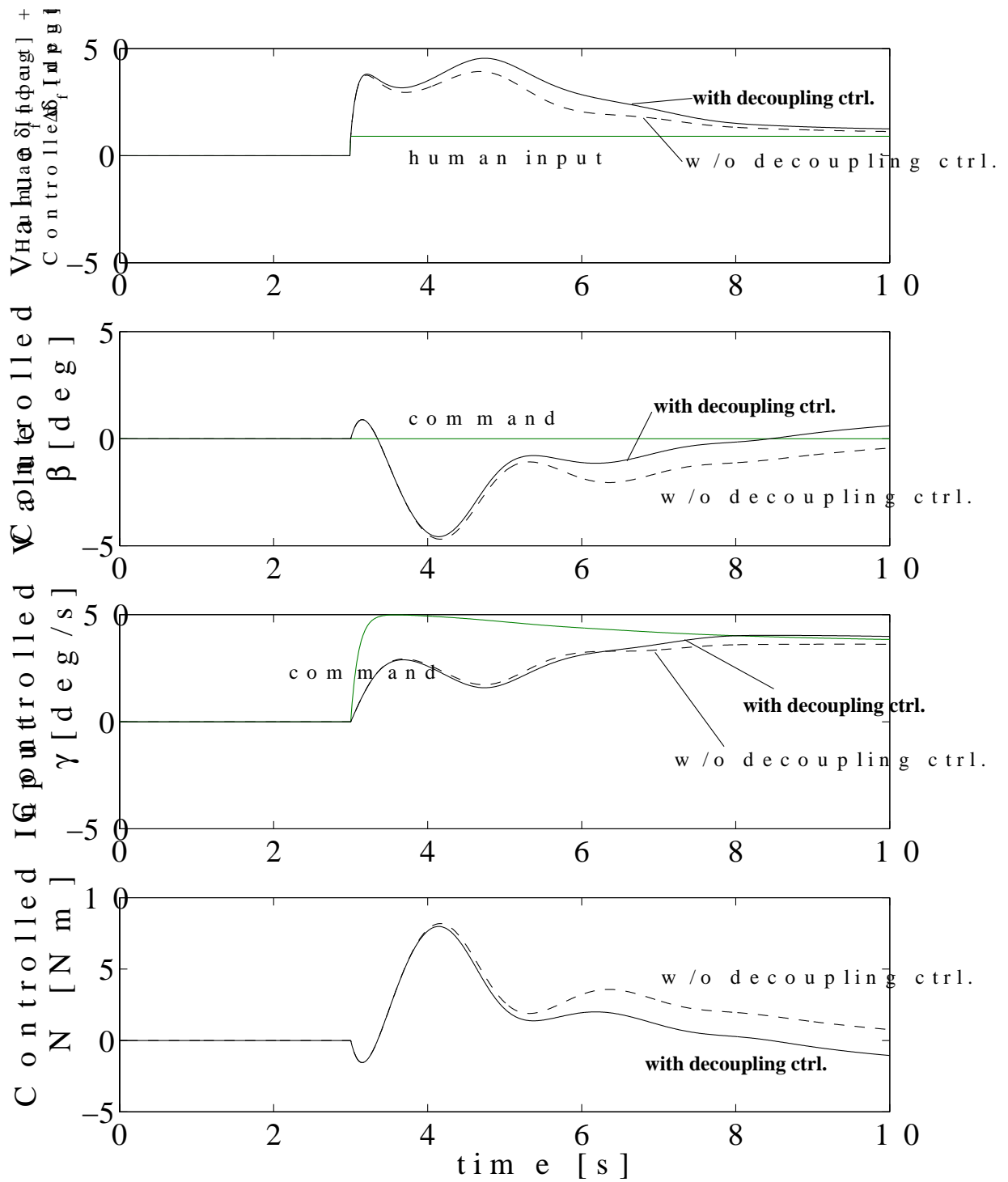


図 4.13: ステップ状操舵角 $\delta_f^{cmd} = 9[deg]$ における非干渉制御のシミュレーション結果

は目標値に近付くことがわかる。また、非干渉制御があるときのほうが β と γ の収束時間が短くなり、制御の効果がよくわかる。

第5章 結言

5.1 本論文のまとめ

本論文を以下のような観点からまとめる。

5.1.1 線形オブザーバを用いた正確な β 推定手法の提案

車体すべり角 β は車体横方向の安定性のバロメータとも言うべき値であり、これが定常的に増加した末には、ドライバが操舵を切っても車がヨーモーメントを生成できない危険な運転状況に陥る。しかし現状では β を正確に計測する安価なセンサがない。そこで本論文では、ヨーレートと横加速度をオブザーバ入力として用いる線形オブザーバにより、複雑な車両モデルを必要としないばかりかモデルエラーにもロバストな β の推定手法を提案した。この手法はモデル化誤差にロバストであり、車両の非線形領域でも比較的正確な推定が可能であるにもかかわらず、自由な極配置も可能であるという線形オブザーバの利点を残している。また、推定のシミュレーション結果と東大三月号IIによる実験結果を合わせて掲載し、その効果を考察した。

5.1.2 電気自動車を用いた β と γ の非干渉制御

また、従来の内燃機関車における横方向運動制御のアクチュエータは油圧ブレーキもしくはエンジンである。その機構は複雑かつ非線形要素が大きく、制御応答も遅い。しかし、電気モータというアクチュエータを持つEVは、その機構は線形性が大きく、制御応答が速いので、たとえばDYCのようなフィードバック制御を正確に行うことができる。本論では東大三月号のようなEVでより高い効果が期待される車体すべり角 β の制御を目標とし、その制御理論を提案した。具体的には、 β を制御することで車両横方向の安定を確保し、同時に γ を操舵のモデルフォロイング制御とすることで良好な操舵応答を確保した。 β と γ という干渉し合う二変数を独立に制御するために、各々の制御機構であるDYCとAFSの非干渉制御ブロックを考案した。非干渉ブロックは外乱オブザーバ型であり、互いの制御入力を外乱とみなすことで2つの制御機構の独立な制御を可能にする。このようなAFSとDYCの非干渉化の一手法を提案し、またシミュレーションによりその効果を実証した。

5.2 各研究項目における今後の課題

本論文で示した各研究項目それぞれにおける結論と今後の課題について以下に示す。

5.2.1 β 推定について

本論文ではオブザーバゲインを半ば適当に決定したが、オブザーバに何を求めるかによってゲイン決定の際の冗長を活かし最適なゲインを計算できることが考察によって明らかになった。今後の課題として、このゲイン決定法についてきちんと考察し、パラメータのひとつであるイナーシャ I の変動にロバストな β オブザーバを提案していくことが挙げられる。

また、提案する手法は傾斜路面においての推定が正確にできるのか、オブザーバに使用するモデルの中の車速 V を正確に計測する必要があるのか、それらは推定にどのように影響するのかをもっと深く考察する必要がある。

最後に、提案する推定手法は必要なセンサさえあればEVでなくてもよい手法であったが、各輪の駆動力を把握できることを利用したEVならではの推定手法を考案できたら、EVの制御対象としての魅力は益々上がったに違いない。

5.2.2 β 制御について

本論文では β を直接の制御対象とした。前述したように β は車両横方向安定性のバロメータであり、それを直接制御することは一見車両全体の安定性を司っているように見える。しかし今回議論した制御手法はEVの高性能な車両制御におけるアプリケーションのひとつにすぎない。

β を参照しながら路面状態を見ることなしに各車輪に計算した駆動力をやみくもに与えるのは、車両状態が不安定化する原因になりうる。また、荷重移動への考慮や車輪への負担を考慮した駆動力分配なしには、現実的な車両制御は考えられない。

EVの制御性を活かした横方向制御には、各車輪の路面との関係を考慮したマイナーループがやはり欠かせない。そのうえで β や γ を参照するメジャーループを組み込んだ制御系を設計できたら、ますますEVの制御対象としての魅力は上がったに違いない。今後東大三月号IIを用いて二次元制御を研究する若手が現れたら、このようなテーマで新境地を開拓していただくことを切望する。

参考文献

- [1] 荻野道義 “21 世紀における心エネルギー自動車の開発と将来展望”, JEVA 電気自動車フォーラム基調講演, pp.77-88, 2002.12
- [2] Shin'ichiro Sakai and Yoichi Hori, “Advanced Vehicle Motion Control of Electric Vehicle Based on the Fast Motor Torque Response”, Proc. of AVEC 2000, 2000.8
- [3] 坂井真一郎, 岡野隆宏, 戴 建華, 内田利之, 堀 洋一, “完全四輪駆動 EV ”東大三月号 II ”-その概要と実験報告-, 平成 13 年電気学会産業応用部門大会, No.164, 2001.8, 松江
- [4] 北川健太郎, 坂井真一郎, 内田利之, 堀 洋一, “4 輪独立の増粘着制御による EV 車両 2 次元運動の安定化”, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-00-13, 2000.3.10
- [5] 坂井真一郎, 佐渡秀夫, 堀 洋一, “4 輪独立駆動電気自動車における動的な制駆動力配分法”, 電気学会産業応用部門誌, Vol.120-D, No.6, pp.761-768, 2000.6
- [6] 原 哲, 堀 洋一, 坂井真一郎, “車輪の駆動力飽和にもとづく電気自動車の 2 次元運動制御”, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-01-20, 2001.3
- [7] Motoki Shino and Masao NAGAI, “Yaw-Moment Control of Electric Vehicles for Improving Handling and Stability”, INTERCON 2000 (in Peru), 8, (2000).
- [8] 池谷直明、大前力, “独立 2 輪駆動電気自動車用模擬実験車の前輪操舵による走行安定性の向上” : 平成 14 年度電気学会産業応用部門大会 (p 1142)
- [9] Kihong Park and Seung-Jin Heo: “Design of a Control Logic for Improving Vehicle Dynamic Stability”, Proceedings of AVEC 2000, 2000.8
- [10] 安部正人, “自動車の運動と制御”, 山海堂, 1991
- [11] H. B. Pecejka and E. Bakker, “The Magic Formula tyre model.”, Proc. 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis, Delft, Netherlands, 1991

- [12] Yuqing Wang and Masato Nagai: “Integrated Control of Four-Wheel-Steer and Yaw Moment to Improve Dynamic Stability Margin”, Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, pp. 1783-1784, 1996. 12
- [13] Masugi Kaminaga and Genpei Naito: “Vehicle Body Slip Angle Estimation Using an Adaptive Observer”, Proceedings of AVEC’98, 1998
- [14] Aleksandar D. Rodić and Miomir K. Vukobratović, “Contribution to the Integrated Control Synthesis of Road Vehicles”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.7, No.1, 1999. 01
- [15] Laura R. Ray: “Nonlinear Tire Force Estimation and Road Friction Identification Simulation and Experiments”:Automatica, Vol.33, No.10, pp. 1819-1833, 1997
- [16] Laura R. Ray: “Nonlinear State and Tire Force Estimation for Advanced Vehicle Control”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 3, No. 1, pp. 117-124, 1995. 03
- [17] Fredrik Gustafsson: “Monitoring Tire-Road Friction Using The Wheel Slip”, IEEE Control Systems, August, pp. 42-49, 1998
- [18] U. Kiencke and A. Daiß, “Observation of Lateral Vehicle Dynamics”, Control Eng. Practice, Vol.5, No.8, pp. 1145-1150, 1997
- [19] 古川修, “タイヤ横力モニタリングによる車両運動制御”, 自動車技術会学術講演会前刷集 No. 9834763, p. 9-15, 1998
- [20] 金圭勇, “氷雪路における車両の操縦安定性の向上”, 計測自動制御学会制御部門大会資料, pp.433-436, 2002.5
- [21] Yuqing Wang and Masao Nagai: “Integrated Control of Four-Wheel-Steer and Yaw Moment to Improve Dynamic Stability Margin”, Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control Kobe, Japan, 1996.12
- [22] Aleksander Hac and Melinda D. Simpson: “Estimation of Vehicle Side Slip Angle and Yaw Rate”, Vehicle Dynamics and Simulation 2000 SP-1526, 2000.03
- [23] 山口裕之, 浅野勝宏, 天野也寸志, 十津憲司, 西尾彰高: “車体横滑べり角防止装置の開発 (第一報)”, 自動車技術会学術講演会前刷集 No. 20005248, pp.1-4, 2000
- [24] 安部正人, “車両運動性能と安全性向上のための最新のシャシー制御”, 自動車技術会学術講演会前刷集 No. 9834754, p. 1-8, 2000

- [25] 芝端康二, 栗城信晴, 森淳, “左右駆動力配分システムの開発”, 自動車技術 Vol.52, No.4, 1998
- [26] 小野英一, 細江繁幸, 浅野勝宏, 菅井賢, 土居俊一, “ゲインスケジュールド H_∞ 制御による車両運動のロバスト安定化”, 計測自動制御学会論文集, Vol.35, No.3, pp.393-400, 1999
- [27] 横山篤, 西垣戸貴臣, 一野瀬昌則, 斉藤博之, “旋回時におけるブレーキ制御に関する研究”, 自動車技術会学術講演会前刷集 No. 20005177, pp.1-4, 2000
- [28] Masato Abe, Yoshio Kano, Kazuasa Suzuki, “Direct Yaw Moment Control by Sliding Control Using On-Board-Tire-Model”, Proceedings of the Fourth International Conference on Motion and Vibration Control, <http://www.ifr.mavt.ethz.ch/movic98/proceedings/103.pdf>
- [29] Anton T. van Zanten, Reiner Erhardt, Georg Pfaff, “The Vehicle Dynamics Control System of Bosch”, SAE Technical Paper Series SP-950759
- [30] 西尾彰高, 十津憲司, 山口裕之: “車体横滑べり角防止装置の開発 (第二報)”, 自動車技術会学術講演会前刷集 No. 20005249, p. 5-8, 2000
- [31] M. Nagai, S. Shino and F. Gao: “Study on Integrated Control of Front Steering Angle and Direct Yaw Moment”, Proc. of Automotive Engineering Exposition '01, No.5-01, pp.9-12, JSAE

研究業績

国際会議(予定)

- [1] Tomoko Inoue, Yoichi Hori, “Observer Design of Body Angle for Future Vehicle Control and Experimental Evaluation using the Four-Motored Electric Vehicle”, EVS-20, 2003

口頭発表

- [1] 井上友子, 長瀬啓明, 堀 洋一, 電気自動車の車体すべり角の推定と制御に関する基礎研究, 平成 14 年電気学会全国大会, 4-215, 2002.3
- [2] 井上友子, 堀洋一, 車体すべり角 β を推定する線形オブザーバに関する考察, 計測自動制御学会第二回制御部門大会, pp.419-422, 2002.5

共著論文

- [1] Takahiro Okano, Tai Chien Hwa, Tomoko Inoue, Toshiyuki Uchida, Shin'ichiro Sakai and Yoichi Hori, Vehicle Stability Improvement based on MFC Independently Installed on 4 Wheels -Basic Experiments using "UOT Electric March II"-, Proc. of PCC-Osaka 2002, 2002.4.2-5, Osaka
- [2] 戴 建華, 岡野隆宏, 井上友子, 坂井真一郎, 内田利之, 堀 洋一, 電気自動車ならではの運動制御の可能性 ~ 「東大三月号・」の走行実験報告~, 電気学会自動車研究会, VT-02-9, 2002.3.8

その他

- [1] 井上友子, “大学で作られたユニークな研究用電気自動車たち”, 電気学会誌, Vol.122, No.6, pp.383-386, 2002.6

謝 辞

本研究を進めるにあたり、指導教官の堀洋一教授には、その暖かいお人柄で、御多忙の中さまざまな御指導・御助言を頂きました。たくさんご迷惑をおかけしましたが、研究以外の面においても様々な御指導をたまわることができ、実り多い時間を過ごすことができました。先生に出会って堀研究室で学ぶことができたことをとても感謝しております。先生の今後のご活躍とご健康を心よりお祈りいたします。

内田利之技官には、研究室全体のこと、計算機環境、実験装置などさまざまな点で御尽力下さいました。最後の実験では内田さんの鮮やかな手捌で半田を直して頂き、御蔭様でよい実験データをとることができました。感謝申し上げます。

秘書の木村麻里子さんには事務的なお仕事でお世話になったり、おいしいコーヒーをいれて下さったりしたことを感謝します。本当にありがとうございました。そしてご結婚おめでとうございます。末永いお幸せをお祈り申し上げます。

卒業生の坂井真一郎さんにはEVチームのリーダーとして毎回実験に同行していただき、お忙しい中いろいろなアドバイスを下さったことを感謝申し上げます。特にM2になったばかりの頃は実験車両の使い方についてたくさんのアドバイスを下さいました。ありがとうございました。研究面でのご発展と今後のお幸せをお祈り申し上げます。

博士過程の及部七郎齋さんは研究室の学生のリーダーとして研究面から生活面にわたるまで様々なご指摘をいただきました。及部さんは人の気持ちを敏感に察することのできる人です。その優しさに時には助けられ励まされました。本当にありがとうございました。

博士過程の関弘和さんとは一緒に電気学会の編集委員をさせていただいたこともあり、その理知的な言動と優しいお人柄にはいつも励まされました。また、研究面でもいろいろなアドバイスを頂きました。ここに感謝申し上げます。

博士過程の馬澄斌さんには大先輩であるのにいつも仲良くしてくださり、中国へいったときもご自分のお友達やお姉さんを紹介してくださったりして、大変お世話になりました。真面目で向学心旺盛な馬さんを限りなく尊敬しています。ありがとうございました。

博士過程の坂東信尚さんとは趣味も実家も近く、いろいろなお話をさせていただきました。そのリーダーシップと穏やかかつ迅速な交渉能力は私にはないものであり、見習うべきものがたくさんある方だと思っていました。どうもありがとうございました。

博士過程の畠直輝さんは口の悪いふりをしながらいつも優しく相手をして下さり、ピンチの時は助けの手をさしのべて下さったことに感謝いたします。図々しい後輩でしたがい

いろいろありがとうございました。

研究室の同輩である戴建華さんには数限りない出来事に感謝するとともに、アクシデントとはいえたくさん怪我をさせてしまったことをお詫び申し上げます。私が見習いたい面をたくさん持っている戴さんには、一言で言うと「大人」を感じました。本当にありがとうございました。同じEVチームの仲間として、未永く付き合っていける仲間であるといいと思います。

研究室の同輩であるチャン・ビョンフンさんにはいつも優しくしていただき、楽しい時間を一緒に過ごせたことを感謝いたします。これからの研究面での益々のご発展と御自身の御多幸をお祈り申し上げます。

研究室の同輩である岡野隆宏君にはいつも助けてくださったことに感謝いたします。彼は私が研究室に入ったばかりで不安なとき、気分をリラックスさせてくれました。いつもまわりに気をつかい、明るく、安心して話せる心強い存在でした。こちらから与えるものがあまりなく、頼ってばかりで申し訳ありませんでした。どうもありがとうございました。

研究室の同輩である呉俊徳さんにはいつも仲良くして頂き感謝いたします。私より人生経験が豊富な呉さんの話はいつも面白く、お互い助け合って楽しい時間を過ごせたことは一生の宝です。いつも味方でいてくれてありがとうございました。

修士過程の古川公久君にはいつもお世話になり、仲良くして頂きありがとうございました。あなたの誰にでも優しく親切なところや真面目に研究に取り組む姿には見習うべき点が多かったです。EVチームの最年長学生としてこれからのご活躍を心よりお祈り申し上げます。

修士過程の福井龍君は学部とは全く違う研究分野の研究室に来てしまい大変だったかとは思いますが、最後のほうでは負けじと頑張る姿を見られてよかったと思います。これからのご活躍を心よりお祈り申し上げます。

卒論生の青木健一郎君はとても博学で、むしろこちらがいろいろな事を教えて頂き感謝しています。今後のEVチームを支えていく学生の一人としてのご活躍を心よりお祈り申し上げます。

卒論生の小安雄一君とは短い一年でしたが楽しく過ごすことができたことを感謝いたします。研究面でも人づきあいの面でも申し分ない能力を発揮していた姿を頼もしく思います。これからのご活躍を心よりお祈り申し上げます。

群馬大学教育学部の紙屋雄史先生には、EVSでお会いして以来他大学のEV製作の取材を手伝って頂いたり就職先を案内して頂いたり、様々な面でお世話になりました。ここに深くお礼申し上げます。

慶應義塾大学大西研究室の大西公平教授と村上俊之教授には研究室を学部で卒業した後も様々な御指南を頂き、時には心の支えとなって頂きました。ありがとうございました。

慶應義塾大学清水研究室の大前学先生には、研究室を見学した際8輪EVのKAZを見せ頂いたり、車体速センサについて教えて頂きました。ここに深く感謝いたします。

西安交通大学の曹秉剛先生には、短い期間でしたが留学する機会と資金を与えて下さり、滞在中も大変お世話になりました。また、壇文静さんをはじめとする研究室の皆様にも暖かく迎えて頂き、有意義な夏を過ごすことができました。ここに深くお礼申し上げます。

横浜国立大学の洲濱将圭様、明星大学の樋口建洋様、東京大学鎌田研究室の小竹元基先生、東京理科大学のビスワス・スワパン・クマル様および岩附豊治様、長岡技術科学大学の斉藤和夫先生、神奈川大学の新中新二先生には、電気学会の記事を書く際に執筆者となって頂いたことをここに感謝いたします。お蔭様で素晴らしい記事になったばかりか、同じ目的を持ってEVの研究をしている方々と出会えたことは私にとって生涯の財産です。

(株)ブリジストンの藤巻様、芥川様、若尾様、長屋様、阿部様およびテストドライバーの方々には、東大三月号IIができた当初からお世話になりました。ここに深く感謝申し上げます。

最後に経済的、精神的な面でいつも私を支えてくれていた家族と、いつも私を支えてくれた友人たちに心から感謝して、謝辞とさせていただきます。

付録A オブザーバ構成に関する計算手法

本章では、3章2節で提案した β オブザーバを、最小次元オブザーバと同一次元オブザーバに分けて細かく計算手法を示したものである。式の定義が3章と重複するが、最初から計算を追う必要がある場合にご覧いただきたい。

$a_{i,j}$ 、 b_i 、 $k_{i,j}$ 、 k_i はそれぞれ行列 A 、 B 、同一次元オブザーバのゲイン K 、最小次元オブザーバのゲイン K の行列要素を表す。

A.1 式の定義

横方向の運動方程式から下のように横加速度を定義する。

$$a_y = V(\dot{\beta} + \gamma) \quad (\text{A.1})$$

$$= V(a_{11}\beta + a_{12}\gamma + b_1u + \gamma) \quad (\text{A.2})$$

それを二輪モデルをもとに立てた状態方程式に組み込み、以下のように再構成する。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}u \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} \gamma \\ a_y \end{pmatrix} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}u \quad (\text{A.4})$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \frac{-2(C_f+C_r)}{mV} & \frac{-2(C_f l_f - C_r l_r)}{mV^2} - 1 \\ \frac{-2(C_f l_f - C_r l_r)}{I} & \frac{-2(C_f l_f^2 + C_r l_r^2)}{IV} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} \frac{2C_f}{mV} \\ \frac{2C_f l_f}{I} \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ Va_{11} & V(a_{12} + 1) \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

A.2 同次元オブザーバ

(A.3) と (A.4) と次式を利用して 2×2 行列のゲイン K を調節する。

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - \hat{y}) \quad (\text{A.8})$$

$$\hat{y} = Cx + Du \quad (\text{A.9})$$

上式より

$$\dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - KC)(x - \hat{x}) \quad (\text{A.10})$$

そして

$$\det|sI - (A - KC)| = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \quad (\text{A.11})$$

になるように計算すると

$$\lambda_1 + \lambda_2 = A_{11} + A_{22} - k_{12}VA_{11} - k_{21} - k_{22}V(A_{12} + 1) \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 \lambda_2 = & (A_{11} - k_{12}VA_{11})[A_{22} - \{k_{21} + k_{22}V(A_{12} + 1)\}] \\ & - (A_{21} - k_{22}VA_{11})[A_{12} - \{k_{11} + k_{12}V(A_{12} + 1)\}] \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

A.2.1 速度によらないゲインの選び方

λ_1 と λ_2 は、オブザーバの性質を決める極である。決定した λ_1 と λ_2 を用い、かつ (3.25), (3.26) 式を満たし計算量の少ない (速度によらない) ゲインを、本論では (A.14) のように選ぶ。

$$K = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1(A_{12}+1)}{A_{11}} - 1 & \frac{A_{11}-\lambda_1}{V a_{11}} \\ A_{22} - \frac{A_{21}(A_{12}+1)}{A_{11}} - \lambda_2 & \frac{A_{21}}{V A_{11}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

A.2.2 β の誤差を最小にするゲインの選び方

また、 $\beta - \hat{\beta}$ を最小にするようなゲインは以下の手順で求められる。

$$\dot{\hat{\beta}} = A_{11}\hat{\beta} + A_{12}\hat{\gamma} + B_1u - K_{11}(\hat{\gamma} - \gamma) - K_{12}(\hat{a}_y - a_y) \quad (\text{A.15})$$

$$\dot{\beta} = A_{11}\beta + A_{12}\gamma + B_1u \quad (\text{A.16})$$

$$\text{ゆえに } \hat{\beta} - \beta = \frac{(A_{12} - K_{11})(\hat{\gamma} - \gamma) - K_{12}(\hat{a}_y - a_y)}{s - A_{11}} \quad (\text{A.17})$$

これを (3.27) に示した評価関数に代入し、(3.28) を解くと、以下に示す 2 種類のゲインが得られる (本当は極の入れ換えと正負の入れ換えなどで解は 6 つである。しかしここでは複素数解は考えないことにすると、本当は 4 つの解が出たことになる)。ただし K_{ij} は行列 K の成分である。

$$K_{11} = -1 + \frac{1 + A_{12}}{A_{11}} \lambda_1 \quad (\text{A.18})$$

$$K_{12} = \frac{A_{11} - \lambda_1}{VA_{11}} \quad (\text{A.19})$$

$$K_{21} = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{2(1 + A_{12})A_{21}}{A_{11}} + 2A_{22} - \lambda_1 - \lambda_2 + \frac{-a_y + \hat{a}_y - V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma})}{-a_y + \hat{a}_y + V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma})}(\lambda_1 - \lambda_2) \right\} \quad (\text{A.20})$$

$$K_{22} = \frac{A_{21}}{VA_{11}} + \frac{(\gamma - \hat{\gamma})(\lambda_1 - \lambda_2)}{-a_y + \hat{a}_y V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma})} \quad (\text{A.21})$$

$$\xi_1 = \frac{Q^2 \{-a_y + \hat{a}_y + V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma})\} \lambda_1}{VA_{11}(s - A_{11})(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (\text{A.22})$$

$$\xi_2 = \frac{Q^2 \{-a_y + \hat{a}_y + V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma})\}}{VA_{11}(s - A_{11})(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (\text{A.23})$$

もしくは

$$K_{11} = -1 + \frac{1 + A_{12}}{A_{11}} \lambda_2 \quad (\text{A.24})$$

$$K_{12} = \frac{A_{11} - \lambda_2}{VA_{11}} \quad (\text{A.25})$$

$$K_{21} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2 - 2(1 + A_{12})A_{21}}{2A_{11}} + A_{22} - \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad (\text{A.26})$$

$$K_{22} = \frac{A_{21}}{VA_{11}} + \frac{(\gamma - \hat{\gamma})(\lambda_1 - \lambda_2)}{-a_y + \hat{a}_y + V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma})} \quad (\text{A.27})$$

$$\xi_1 = \frac{Q^2 \{-a_y + \hat{a}_y + V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma})\} \lambda_1}{VA_{11}(s - A_{11})(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (\text{A.28})$$

$$\xi_2 = -\frac{Q^2(-a_y + \hat{a}_y + V(1 + A_{12})(\gamma - \hat{\gamma}))}{VA_{11}(s - A_{11})(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (\text{A.29})$$

A.3 最小次元オブザーバ

ゴピナスの方法に習い、オブザーバの方程式は (A.30) で表される。

$$\dot{\hat{\beta}} = a_{11}\hat{\beta} + a_{12}\gamma + b_1u + k_1(\dot{\gamma} - \hat{\gamma}) + k_2(\dot{a}_y - \hat{a}_y) \quad (\text{A.30})$$

ちなみに a_y も微分形でおかないと、その後 $\dot{\zeta}$ の計算が出来ない。つまり、最小次元オブザーバで提案するオブザーバを構成する場合、オブザーバ入力として参照しているのは横加速度信号の微分であるため、厳密にはこの形のオブザーバは提案するオブザーバがもつ「横加速度を参照する」という利点を持っていない。また、加速度計から得た信号をそのまま微分して参照することは、加速度計のノイズをも微分することになり適当ではない。実際にシミュレーションした結果でも、最小次元型のオブザーバは同次元型に比べて性能が悪い。

この形のオブザーバでは、状態の微分が出て来ているので、実際にこれを計算することは出来ない。そこで

$$\hat{\beta} = \zeta + k_1\gamma + k_2a_y \quad (\text{A.31})$$

とにおいて ζ に関する状態方程式を作れば、 $\dot{\gamma}$ を消去することが出来る。

$\dot{\gamma}$ は推定されるはずの $\hat{\beta}$ を用い、(A.32) によって再構成する。

$$\dot{\gamma} = a_{21}\hat{\beta} + a_{22}\gamma + b_2u \quad (\text{A.32})$$

\dot{a}_y も同様に (3.9) を用いて以下のように再構成する。

$$\dot{a}_y = Va_{11}\hat{\beta} + V(a_{11} + 1)\dot{\gamma} + Vb_1\dot{u} \quad (\text{A.33})$$

よって $\dot{\gamma} - \dot{\hat{\gamma}}$ と $\dot{a}_y - \dot{\hat{a}}_y$ は次式で表される。

$$\dot{\gamma} - \dot{\hat{\gamma}} = a_{21}(\beta - \hat{\beta}) \quad (\text{A.34})$$

$$\dot{a}_y - \dot{\hat{a}}_y = Va_{11}(\dot{\beta} - \dot{\hat{\beta}}) \quad (\text{A.35})$$

オブザーバの推定誤差 $e = \hat{\beta} - \beta$ の特性は (A.37) で与えられる。 K_1 と K_2 を調整してオブザーバの極 λ を指定することになる。その計算方法は次式である。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\beta}} - \dot{\beta} &= a_{11}\hat{\beta} + a_{12}\gamma + b_1u + k_1(\dot{\gamma} - \dot{\hat{\gamma}}) + k_2(\dot{a}_y - \dot{\hat{a}}_y) - (a_{11}\beta + a_{12}\gamma + b_1u) \\ &= a_{11}(\hat{\beta} - \beta) + k_1(\dot{\gamma} - \dot{\hat{\gamma}}) + k_2(\dot{a}_y - \dot{\hat{a}}_y) \\ &= a_{11}(\hat{\beta} - \beta) - k_1a_{21}(\hat{\beta} - \beta) - k_2Va_{11}(\dot{\hat{\beta}} - \dot{\beta}) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

$$\dot{e} = \left(\frac{a_{11} - k_1a_{21}}{1 + k_2Va_{11}} \right) e = \lambda e \quad (\text{A.37})$$

ここで分母を単純な形にしようと $k_2 = 0$ としてしまうと、せっかく含めた \dot{a}_y の情報が生かされなくなってしまい、 γ だけをオブザーバ入力とする最小次元オブザーバと同じものになってしまうので、注意が必要である。本論では $k_1 = k_2$ になるように、以下のようにゲイン K を定めた。

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_{11} - \lambda}{Va_{11}\lambda + a_{21}} \\ \frac{a_{11} - \lambda}{Va_{11}\lambda + a_{21}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.38})$$

次に、 ζ についての更新式を求める。(A.31) を (A.30) に代入して

$$\dot{\zeta} + k_1\dot{\gamma} + k_2\dot{a}_y = a_{11}\hat{\beta} + a_{12}\gamma + b_1u + k_1(\dot{\gamma} - \dot{\hat{\gamma}}) + k_2(\dot{a}_y - \dot{\hat{a}}_y) \quad (\text{A.39})$$

両辺から同じ項を消去して

$$\dot{\zeta} = a_{11}\hat{\beta} + a_{12}\gamma + b_1u - k_1\dot{\hat{\gamma}} - k_2\dot{\hat{a}}_y \quad (\text{A.40})$$

(A.31),(A.32),(A.33) を代入して

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= a_{11}(\zeta + k_1\gamma + k_2a_y) + a_{12}\gamma + b_1u - k_1(a_{21}\hat{\beta} + a_{22}\gamma + b_2u) \\ &\quad - k_2V(a_{11}\hat{\beta} + (a_{12} + 1)\dot{\gamma} + b_1u) \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

$$= a_{11}(\zeta + k_1\gamma + k_2a_y) + a_{12}\gamma + b_1u - k_1(a_{21}(\zeta + k_1\gamma + k_2a_y) + a_{22}\gamma + b_2u) \quad (\text{A.42})$$

$$\begin{aligned}
& -k_2V(a_{11}(\dot{\zeta} + k_1\dot{\gamma} + k_2\dot{a}_y) + (a_{12} + 1)\dot{\gamma} + b_1u) \\
= & (a_{11} - k_1a_{21})\dot{\zeta} - k_2Va_{11}\dot{\zeta} + (a_{11}k_1 + a_{12} - k_1^2a_{21} - k_1a_{22})\dot{\gamma} \\
& + (-k_1k_2Va_{11} - k_2V(a_{12} + 1))\dot{\gamma} + (a_{11}k_2 - k_1k_2a_{21})\dot{a}_y - k_2^2Va_{11}\dot{a}_y \\
& + (b_1 - k_1b_2)u - k_2Vb_1\dot{u}
\end{aligned} \tag{A.43}$$

ゆえに ζ に関する更新式は次式で表される。

$$\begin{aligned}
\dot{\zeta} = & \frac{1}{1 + k_2Va_{11}} [(a_{11} - k_1a_{21})\dot{\zeta} + (a_{11}k_1 + a_{12} - k_1^2a_{21} - k_1a_{22})\dot{\gamma} + (-k_1k_2Va_{11} - k_2V(a_{12} + 1))\dot{\gamma} \\
& + (a_{11}k_2 - k_1k_2a_{21})\dot{a}_y - k_2^2Va_{11}\dot{a}_y + (b_1 - k_1b_2)u - k_2Vb_1\dot{u}]
\end{aligned} \tag{A.44}$$