

# 再構成アトラクタを用いた非線形外乱予測

学生員 坂 東 信 尚 (東京大学)

正 員 堀 洋 一 (東京大学)

Nonlinear Disturbance Prediction Using Reconstructed Attractor

Nobutaka Bando, Student Member, Yoichi Hori, Member (The University of Tokyo)

In this paper, nonlinear predictor to compensate for the interference force between axes on robot manipulator is proposed. This interference force is treated as disturbance and the reconstructed attractor which is often used in chaos analysis is applied to express and predict disturbance. Using this predictor, a high performance servosystem considering robot dynamics without exact plant model is realized. Furthermore, this predictor is effective even if there are some kinds of unknown dynamics such as friction force and even chaotic behavior hard to be modeled. Some simulation results using the double pendulum system are shown to verify the effectiveness of the proposed method.

キーワード : ロボットマニピュレータ、再構成アトラクタ、非線形予測

## 1. はじめに

ロボットマニピュレータの制御は古くから多くの研究者によって研究されてきた問題である。多軸ロボットが持つ遠心力やコリオリ力などの干渉力は、マニピュレータの制御においては制御を妨げる外乱として扱われ、その補償方法について多くの手法が考案されてきた。特に独立歩行ロボットが市場にも出回るようになった昨今、自身が持つ干渉力に対して正確にかつ柔軟に対応できる制御器は今後さらに必要になると考えられる<sup>(1)</sup>。

そこで本論文では、マニピュレータの制御に着目し、マニピュレータ自身が持つ干渉力を外乱として扱い、その予測を行なう新しい手法を提案する。具体的には従来から存在する外乱オブザーバを用いて、干渉力の推定を行い、再構成アトラクタを用いることによって、外乱の非線形予測をする。この手法により、計算トルク法やその他の適応制御の欠点となっていた煩雑な方程式に悩まされることなく、マニピュレータのダイナミクスを含んだ制御手法が実現される。

## 2. マニピュレータ制御手法の分類

2.1 従来のマニピュレータ制御手法の分類 従来から存在する制御手法は大きく二つに分類される。

- [1] 計算トルク法に代表される機構重視の制御手法  
動力学を内包し、マニピュレータの姿勢に応じた制御が可能だが、モデル化しにくい干渉力やダイナ

ミクスの計算が煩雑になる欠点がある<sup>(2)</sup>。

- [2] 外乱オブザーバに代表される線形化制御手法  
各軸独立に制御するためにシンプルで高性能な制御が可能だが、マニピュレータの姿勢に応じた対応はなされていない<sup>(3)</sup>。

2.2 非線形外乱予測を用いた提案手法の位置付け  
本論文の提案手法は、先に示したマニピュレータ制御手法の分類では [2] の線形化制御手法に属するが、再構成アトラクタを用いることによって、マニピュレータの姿勢などのダイナミクスを包含した外乱予測を行なう。したがって、線形制御手法であるにも関わらず、システムのダイナミクスを考慮した中間的な制御手法といえる。提案する非線形予測器を実装した制御系は図1のようになる。

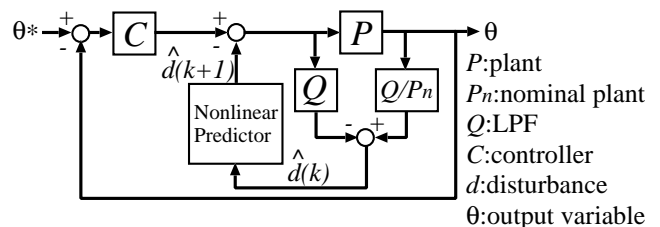


図1 非線形予測器と全体の制御系

Fig. 1. Configuration of the system including nonlinear predictor

### 3. 再構成アトラクタによる非線形予測

3.1 状態空間におけるアトラクタ マニピュレータの干渉力予測の手段として、カオス理論でシステムの記述によく用いられる再構成アトラクタを使用する<sup>(4)</sup>。

ある物理現象を  $d$  次元状態空間で表現する場合、状態ベクトル  $x$  はある瞬間の物理量の状態を表しており、状態ベクトルの軌跡は物理現象全体の状態を表しているといえる。

$d$  次元状態ベクトル  $x$  が式 (1) の差分状態方程式によって表現される場合、物理的に定常的な現象は状態空間においても安定な軌跡を描く。ここで、 $f$  は一般的に非線形な動力学方程式、 $g$  は出力方程式、 $y$  は観測される物理量を示している。このように状態空間において近傍の軌跡を引き付ける安定な軌跡をアトラクタと呼ぶ<sup>(5)</sup><sup>(6)</sup>。

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k)) \\ y(k) &= g(x(k)) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

3.2 アトラクタの再構成 しかしながら、前述したアトラクタを描くためには  $x$  で表される  $d$  次元状態ベクトルの全ての要素が観測できないと不可能である。そこで、 $k$  次元状態ベクトルの 1 次元時系列から遅れ座標系を用いて、アトラクタを再構成する。このように通常では観測できない全ての状態ベクトルを 1 成分の状態ベクトルによって再構成したアトラクタを再構成アトラクタと呼ぶ。

1 次元時系列から再構成アトラクタを描く具体的な手段として、図 2 のように、 $d$  次元状態ベクトル  $x$  の 1 成分  $x_i$  について、式 (2) で示される時間遅れ  $\tau$  の  $q$  次元遅れ座標系ベクトル  $x'$  を構成する。

$$\begin{aligned} x'(k) &= [x_i(kT), x_i(kT - \tau), x_i(kT - 2\tau), \dots \\ &\dots, x_i(kT - (q-2)\tau), x_i(kT - (q-1)\tau)] \end{aligned} \quad (2)$$

このように再構成された  $q$  次元遅れ座標系ベクトルは、

$$q \geq 2d + 1 \quad (3)$$

を満たしていれば、 $x(k)$  と  $x'(k)$  は微分同相になっており、力学的な性質は保存される (埋め込み定理) ということが Takens によって示されている<sup>(7)</sup>。ただし、遅れ座標系ベクトルの時間遅れ  $\tau$  は任意であり、また埋め込み定理によって、 $q \geq 2d + 1$  であれば、力学系が保存されることが保証されているが、 $q < 2d + 1$  であっても力学的な性質が保存されることもある。

3.3 非線形予測法 前述した再構成アトラクタは Takens の埋め込み定理によって、

$$\begin{aligned} x'(k+1) &= \hat{f}(x'(k)) \\ y(k) &= (1, 0, \dots, 0)x'(k) \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

なる力学系が再形成される。この新たな写像  $\hat{f}(x'(k))$  を求めることによって、 $x'(k)$  から  $x'(k+1)$  への予測が可能に

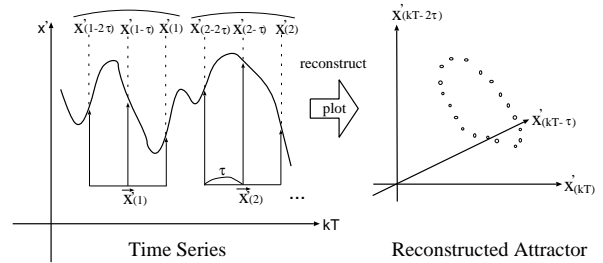


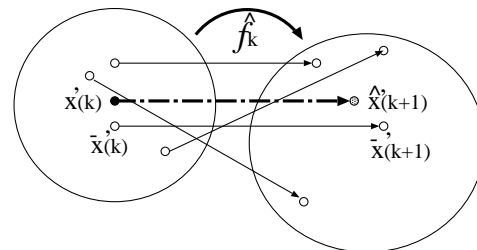
図 2 遅れ座標系を用いた再構成アトラクタ

Fig. 2. Concept of reconstructed attractor using time delay coordinates

なる。

写像  $\hat{f}(x')$  を求める手法は幾つかの方法が提案されているが、本研究ではヤコビ法を利用する。図 3 のように再構成アトラクタ上で  $x'(k)$  の近傍に存在する  $N$  個のベクトルを用いてヤコビ行列  $A_k$  を構成し、このヤコビ行列  $A_k$ 、そして  $x'(k)$  の最も近傍にあるベクトル  $\bar{x}'(k)$  を用いて、線形な近似式 (5) により  $x'(k+1)$  の予測をする。

$$\hat{x}'(k+1) = A_k(x'(k) - \bar{x}'(k)) + \bar{x}'(k+1) \quad (5)$$



Prediction of the next step

図 3 次ステップ次の非線形予測

Fig. 3. Prediction of the next step

### 4. マニピュレータにおける非線形外乱予測

本論文では図 4 のような二重振り子を想定し、簡単な条件を設けてマニピュレータ間の干渉力の予測を行なう。図 4 の 1 軸関節角に正弦波状の指令角度を与え、十分高性能な線形コントローラによってサンプリングタイム  $2[\text{ms}]$  で 1 軸関節角をその指令値に追従させる。このとき、マニピュレータの連続系の動力学方程式はラグランジュ方程式から式 (6) のような形で得られる<sup>(8)</sup>。

$$\begin{aligned} J(\theta)\ddot{\theta} + c(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) &= T_{in} \\ c(\theta, \dot{\theta}) &= \dot{J}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\dot{\theta}^T J(\theta)\dot{\theta}) \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

ここで、 $J(\theta)$ :慣性行列、 $c(\theta, \dot{\theta})$ :遠心力、コリオリ力の総

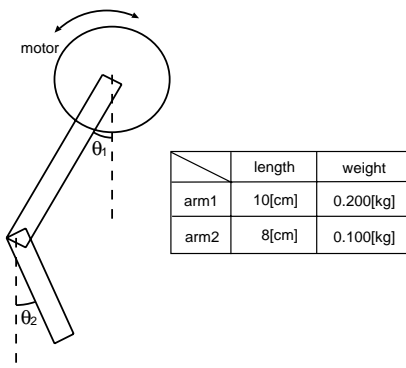


図4 2重振り子の構成図と各パラメータ

Fig. 4. Model of the double pendulum and its parameters

和、 $g(\theta)$ :重力、 $T_{in}$ : 入力トルク を表している。この時、外乱オブザーバで推定される干渉トルク  $T_d$  は、式 (8) のように書き表される。

$$diag J(\theta)\ddot{\theta} = T_{in} - T_d \quad (7)$$

$$T_d = (J(\theta) - diag J(\theta))\ddot{\theta} + c(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) \quad \dots (8)$$

したがって、式 (8) を離散時間状態方程式に変換することによって、1 軸関節角に加わる外乱  $T_{d,1}(k)$  は次ステップの外乱  $T_{d,1}(k+1)$  との間に式 (9) で表されるダイナミクスをもつことがわかる。

$$T_{d,1}(k+1) = \hat{f}_{d,1}(T_{d,1}(k)) \quad (9)$$

さらに外乱オブザーバによって推定された時系列から式 (2) のように遅れ座標系を構成し、再構成アトラクタを描く。これにより、 $T_{d,1}$  の差分方程式 (9) のモデル化が困難な場合であっても式 (9) の力学形が復元される。

4.1 シミュレーション結果 上記のような条件のもと、2 軸の干渉力によって発生する 1 軸の外乱の時系列を図 5 に示す。また、そのときに観測される各軸関節角度の時系列を図 6、図 7 に示す。

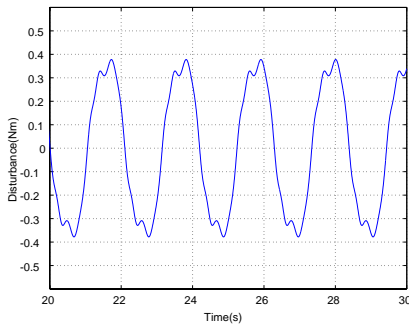


図5 外乱オブザーバによって推定された 1 軸の外乱時系列

Fig. 5. Disturbance at axis1 estimated by the Disturbance Observer

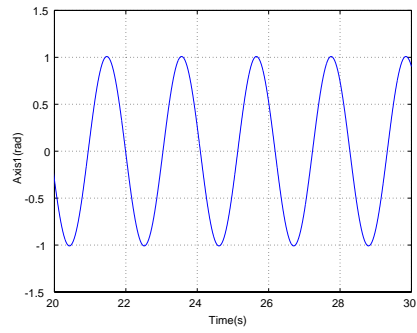


図6 1 軸関節角  $\theta_1$  の時系列  
Fig. 6. Time series of  $\theta_1$

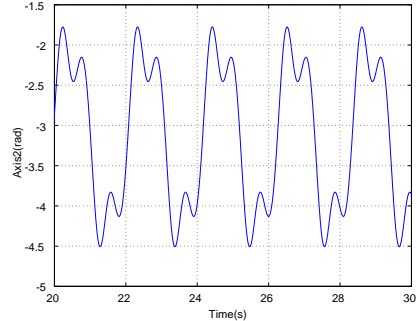


図7 2 軸関節角  $\theta_2$  の時系列  
Fig. 7. Time series of  $\theta_2$

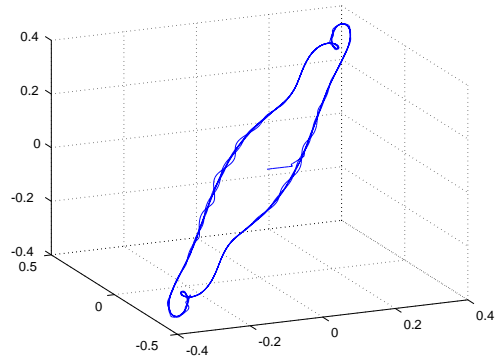


図8 1 軸外乱時系列から得られた 3 次元再構成アトラクタ

Fig. 8. Three dimensional reconstructed attractor of disturbance at axis1

図 6、7 から 1 軸を正弦波状に制御している時には、2 軸は式 (6) で表される動力学に従って動いてしまい、1 軸に図 5 のような外乱を与えていることがわかる。このような外乱は図 5 のような低周波の外乱であるときは問題になることはないが、速く変化するときには特に問題になる。そこで、本研究では図 5 の時系列から再構成アトラクタを構成し、1 軸に加わる外乱を事前に予測する。

図 5 の 1 軸外乱時系列から次元 3、遅れ時間 60[ms] の遅れ座標系の再構成アトラクタを描くと、図 8 のようになる。

この時系列をもとに 1 軸に加わる 1 サンプル先の外乱を式 (5) から予測する。推定される 1 軸関節角の外乱  $\hat{d}(k+1)$  に対して、1 サンプル先で外乱オブザーバによって推定された外乱  $d(k+1)$  を真値としてその誤差を図 9 に示す。あわせて、式 (10) の 1 次近似によって予測された外乱予測値  $\hat{d}'(k+1)$  と外乱真値の誤差も図 9 に示す。

$$\hat{x}'(k+1) = \frac{df}{dx}(x'(k) - x'(k-1)) + x'(k) \quad (10)$$

また、同様に 20 サンプル先の外乱を提案手法、1 次近似で予測した予測値と真値の誤差を図 10 に示す。

図 9、10 より、2[ms] という短い 1 サンプル先の予測をする際には、従来の 1 次近似による予測値の方が真値に近い予測をしていることがわかるが、従来の 1 次近似では線形に近似しているので、予測ステップが伸びれば伸びるほど、その誤差は大きくなることわかる。これに対して、提案する再構成アトラクタを用いた予測手法では、予測ステップが伸びても予測の精度が落ちていないことがわかる。これは外乱である干渉力があるダイナミクスをもって変化しているために、そのダイナミクスの再現が保証されている再構成アトラクタを用いた予測がその変位に対して柔軟に対応しているからと理解できる。

したがって、プラントの制限によってサンプリングタイムを短くできないシステムや高周波な外乱によって 1 次近似では良い精度が出せないシステムにはより有効に予測が可能になると考えられる。

## 5. ま と め

本論文では、ロボットマニピュレータの干渉力を再構成アトラクタを用いて予測する手法を提案した。2 重振り子を用いたシミュレーションにより、推定された外乱からアトラクタを再構成し、次サンプルタイム先さらには 20 サンプ

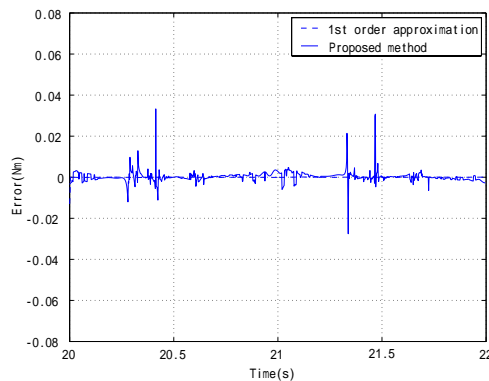


図 9 提案手法と 1 次近似で得られた外乱の 1 サンプル先の予測値と真値の誤差

Fig. 9. Time series of error between true disturbance and one sample time prediction by the proposed method and 1st order approximation

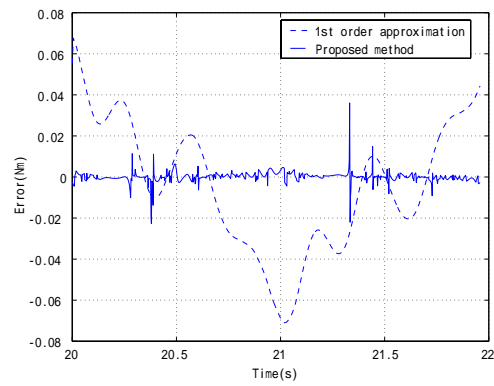


図 10 提案手法と 1 次近似で得られた外乱の 20 サンプル先の予測値と真値の誤差

Fig. 10. Time series of error between true disturbance and twenty sample time prediction by the proposed method and 1st order approximation

ルタイム先の外乱を予測することに成功した。シミュレーションでは周期的な外乱に対して非線形予測を行なったが、実機のようにモデル化できないダイナミクスをもつシステムやカオティックな挙動を示すシステムでも本論文の非線形予測は可能であると考えている。この予測手法を用いることによって、外乱オブザーバで推定された干渉力を時間遅れなく制御系にフィードバックすることが可能である。今後の課題として、実機を用いた非線形予測、実機を用いたフィードバック制御系の設計、またカオティックなシステムの安定化などが挙げられる。

## 文 献

- (1) 井 通暁, 堀 洋一, 合原 一幸: "アトラクタ再構成による非線形予測の高精度化・同期化と歩行ロボットへの応用", 電子情報通信学会論文誌 A, Vol.J80-A, No.1, pp.126-134, 1997.
- (2) Louis L. Whitcomb, Alfred A. Rizzi, Daniel E. Koditschek: "Comparative Experiments with a New Adaptive controller for Robot Arms", IEEE Tran. on robotics and automation, Vol.9, No.1, Feb, 1993.
- (3) 梅野 孝治: "2 自由度ロボトサーボ系によるロボットの制御", 日刊新聞社発行, 「機械設計」, 第 35 巻, 第 8 号 (1991)
- (4) 鹿野 洋, 堀 洋一: "再構成アトラクタを用いた二重振り子の安定化制御", 電学論 D, 119 巻 1 号, 1998.
- (5) 合原 一幸編: 別冊日経サイエンス"複雑系がひらく世界-科学・技術・社会へのインパクト", 日経サイエンス社, 1997
- (6) Troy Shinbrot, Celso Grebogi, Edward Ott, James A. Yorke: "Using small perturbations to control chaos", NATURE, vol.363, 3 June 1993.
- (7) 小室 元政: "二重振り子とカオス", 日本ロボット学会誌, Vol.15, No.8, Nov. 1997.
- (8) 村上 俊之, 大西 公平: "ロバスト制御に基づいた他自由度ロボットの安定性および作業空間での非干渉制御に関する一考察", 電学論 D, 113 巻, 5 号, 1993.