高速高精度位置決め制御のための加速度変化率の微分値を考慮した目標軌道設計法

学生員　張　　炳　勲　（東京大学）
正　員　堀　　洋　一　（東京大学）

Design Method of Target Trajectory considering Derivative of Jerk for High Speed High Precision Positioning Control

Byung-Hoon Chang, Student Member, Yoichi Hori, Member (The University of Tokyo)

Head-positioning accuracy of hard disk drives has been improved to meet the demand for larger data capacities. The basic structure of head-positioning control system is the mode-switching control with the fast access and the fine positioning servo loops. In the meantime, the two-degree of freedom controller has been used in the fast access servo control. However,in order to realize the two-degree of freedom cotroller for high speed-high precision positioning, it is important how well we design the Target Trajectory considering mechanical vibration suppression. The objective of this paper is to introduce the design method of target trajectory that realizes a quick and accurate head-seek conrol in hard disk drive system.

キーワード：磁気ディスク、目標軌道設計法、2 自由度制御、最適制御

1. はじめに

コンピュータの外部記憶装置には、半導体記憶、磁気記憶、光記憶などの技術に基づく幾つかの装置が使われている。中でもハードディスク装置 (磁気ディスク装置、Hard Disk Drive : HDD) は、1956 年に IBM によって開発されて以来、コンピュータと情報家電分野の外部記憶装置として大きく発展している。磁気ディスク装置は半導体メモリと異なり、データの書き込み読み出しにヘッドの駆動という機械的な動作を伴う。この動作をいかに速く正確に行うかがヘッド位置決め制御技術と呼ばれる要素技術であり、従来より多くの研究がなされている。

一般的に、ヘッド位置決めサーボ系は、現在のトラックから目標トラックの近傍まで高速に移動させるシーク制御系と、目標トラックの中心に整定させるセトリング制御系を径由して精密に目標トラックに位置決めされる。その後データの記録または再生動作が行われる。このとき、ヘッドは目標トラックに正確に位置決めされ続けなければならない。回転しているディスクは様々な振動を生じ、またヘッドも振動するので、目標トラックに追従させるフォロイング制御系が必要である。

このように、位置決め動作は、大きくシーク、セトリング、フォロイング制御系の 3 つのモードからなる。従って、

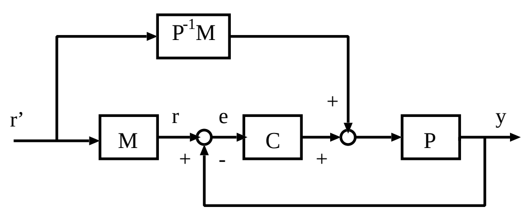

図 1　2 自由度制御システム
Fig. 1.　Two degrees of freedom control system

従来の制御系では上記 3 種類の制御系を切替えて使用するモード切替え型制御系が一般的であった。すなわち、シーク時には速度制御、セトリング時には位置制御、フォロイング時にはハイゲインの位置制御というように制御系を切替えて使用される。[2] [3]

ただし、急な制御モードの切替えは整定の遅れや残留振動などの問題を生じるため、切替え時の制御器の状態変数の初期値を適切に設定することにより、この過渡応答を抑圧する手法に関する研究などが行われてきた [4]。これに対して、近年、図 1 のようなフィードバックとフィードフォワード制御を併用する 2 自由度制御が、制御系の切替えをすることなく位置制御のみで高速シークができる手法として注目されている。特に、この制御方式の一つの特長でもあるフィードフォワード制御は長サンプリング時間サーボ

系におけるシーク動作の高速化に関して、フィードバック制御のみの従来方式より高い能力を有していることが知られている。(1) (5) (6) (7) この2自由度制御系の場合には切替えに伴う問題は生じない。ところが、高速高精度シーク動作を実現するためにはどのような目標軌道を設計して制御系の入力として利用するのが特に重要な問題となる。

今まで提案されて来た目標軌道生成手法としては、VCM(Voice Coil Motor) の逆起電力を考慮した設計手法(7)、最適制御に基づく加減速対称形の軌道設計手法 (SMART) (8) (9) などが挙げられる。特に、上記SMARTの設計手法は、急激な加速度の変化を抑えることによって振動成分をできるだけカットし、結果的にシーク時間を短くすることができる手法として注目されてきた。しかし，図2のように、その目標軌道の結果から見ると、まだ、シークの始めと終わり部分の加速度変化率が大きいことが分かる。

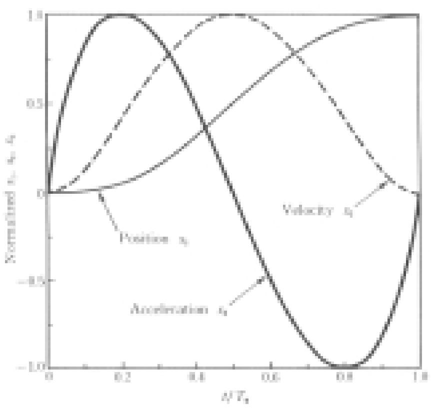

図2　スマートコントロール状態値

Fig. 2.　SMART control state values

本論文では、2自由度制御系の高速高精度シークを実現するために特に重要な役割を果たす目標軌道生成モデルの一つの設計法を提案する。

本手法は、振動の原因となる加速度変化率を最小化しながらシーク時間を短縮することを目的とする。そのための接近方法として、加速度変化率を最小化するための新たな評価関数を作り、最適制御理論に基づいて目標軌道を生成する方法を考える(1)。本目標軌道設計手法により、SMARTで問題となった初めと終わり部分の大きい加速度変化率を抑圧効果を得ることが出来る。また、本手法による目標軌道を磁気ディスクのシーク制御系に使うと、振動成分を抑えられ高速高精度なシーク制御系を設計することが出来ると思われる。

2.　加速度変化率の微分値を考慮した目標軌道生成法

〈2・1〉　目標軌道の定式化のための理論　まず、VCMのモデルを図3のようにして、理論を展開する。

状態方程式は式 (1) のようになる。

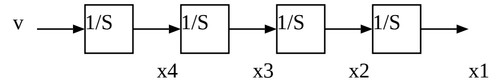

図3　VCMのモデル

Fig. 3.　Model of VCM

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \\ \dot{x_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (1)$$

ただし、x_1:位置、x_2:速度、x_3:加速度、x_4:加速度変化率である。つまり、加速度変化率 x_4 を新たな状態変数として入れた形である。

そして、加速度変化率を最小化するための式 (2) のような評価関数を作る。

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{t_f} [\boldsymbol{x}^T(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{v}^T(t)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(t)]dt + \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T(t_f)\boldsymbol{S}\boldsymbol{x}(t_f) \quad (2)$$

アクセス時間を t_f、アクセス距離を a とすると、境界条件は式 (3) のようになる。

$$\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}(t_f) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

線形システムの場合のハミルトニアンは式 (4) のようである。

$$H = \frac{1}{2}(\boldsymbol{x}^T(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{v}^T(t)\boldsymbol{R}\boldsymbol{v}(t)) + \boldsymbol{\lambda}^T(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v(t)}) \quad (4)$$

正準方程式は、

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} - A^T\boldsymbol{\lambda} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

であり、$\boldsymbol{x}$ と $\boldsymbol{\lambda}$ はこの線形微分方程式に従って変化する。また、停留条件から、最適制御入力は

$$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{\lambda} \quad (\frac{\partial H}{\partial v} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{\lambda} = 0) \cdots\cdots (7)$$

となる。

この最適制御入力を式 (5) に代入すると、上記正準方程式は式 (8) のようにまとめられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & -\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T \\ -\boldsymbol{Q} & -\boldsymbol{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} \cdots\cdots (8)$$

ここで、まず自由終端値問題を考えると、横断性条件から、

$$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = \boldsymbol{S}\boldsymbol{x}(t_f) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (9)$$

となる。さてここで、次の仮定、

$$\boldsymbol{\lambda}(t) = \boldsymbol{P}(t_f - t)\boldsymbol{x}(t) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (10)$$

をして、2 点境界値問題を 1 点境界値問題に直す。式 (8) と式 (10) より、Ricatti 行列微分方程式、

$$\dot{\boldsymbol{P}}(\tau) = \boldsymbol{P}(\tau)\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{P}(\tau) - \boldsymbol{P}(\tau)\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{P}(\tau) + \boldsymbol{Q} \quad (11)$$

が得られる。ただし、$\tau = t_f - t$ である。境界条件は、$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = \boldsymbol{S}\boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{P}(t_f - t_f)\boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{P}(0)\boldsymbol{x}(t_f)$ より、$\boldsymbol{P}(0) = \boldsymbol{S}$ である。さて、HDD のシーク制御のように、$t = t_f$ において、$\boldsymbol{x}(t_f)$ をはっきり固定したい場合は、$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{P}(0) = \infty$ とすればよいことになる。

ここで、$\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}^{-1} = \boldsymbol{I}$ を用いれば、

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{P}}^{-1}(\tau) &= -\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}^{-1}(\tau) - \boldsymbol{P}^{-1}(\tau)\boldsymbol{A}^T \\ &\quad + \boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T - \boldsymbol{P}^{-1}(\tau)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{P}^{-1}(\tau) \quad \cdots \quad (12)\end{aligned}$$

のように $\boldsymbol{P}^{-1}$ に関する Ricatti 行列微分方程式が得られる。すなわち、$\boldsymbol{P}^{-1}(0) = 0$ という初期値から出発して $\boldsymbol{P}^{-1}$ に関する Ricatti 行列微分方程式を解くことができる。最終的にその解を利用して式 (8)(10) から、

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^T\boldsymbol{P}(\tau))\boldsymbol{x}(t) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (13)$$

と言う微分方程式を得る。この微分方程式を解いて、$\boldsymbol{x}(t)$、すなわち、目標軌道を生成する。

〈2・2〉 数値計算　2-1 章の Ricatti 行列微分方程式 (式 11,12) とその解に基づいて目標軌道である $\boldsymbol{x(t)}$ を求める (式 13) ために数値計算を行う。

重みは、

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 \end{bmatrix}, \boldsymbol{R} = 1 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (14)$$

として、上記 Ricatti 行列微分方程式を MATLAB を利用して解いた。 そして、その解 $(\boldsymbol{P}(\tau))$ に基づいて目標軌道を作るために、式 (13) の連立微分方程式を MATLAB で設計して解を求めた。

この数値計算の結果から、求められる軌道は重み q_1, q_2, q_3 の値にはほとんど依存せず、加速度変化率の重み q_4 だけによって変化することが確認できる。q_4 に依って変化する各状態の軌道を図 4、図 5、図 6、図 7 に示した。

これらの図から、加速度変化率の絶対値の最大値は $q_4 = 2 * 10^6$ のとき、最小であることが確認できる。また、始めと終わり部分の加速度変化率は $q_4 = 0$ のときに最小であることも確認できる。

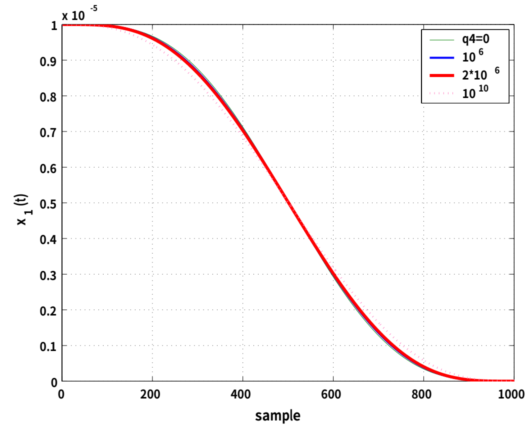

図 4　$q4$ の変化による $x_1(t)$ の軌道

Fig. 4.　$x_1(t)$ trajectory depending on the change of $q4$

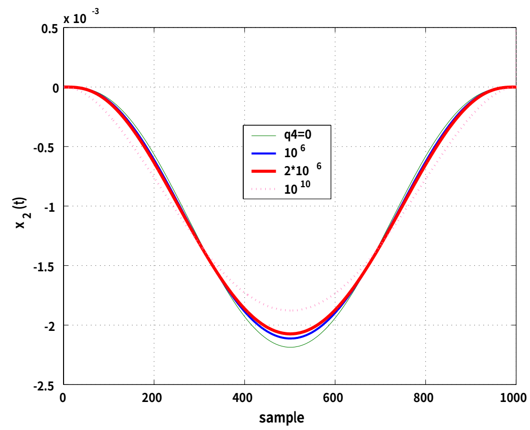

図 5　$q4$ の変化による $x_2(t)$ の軌道

Fig. 5.　$x_2(t)$ trajectory depending on the change of $q4$

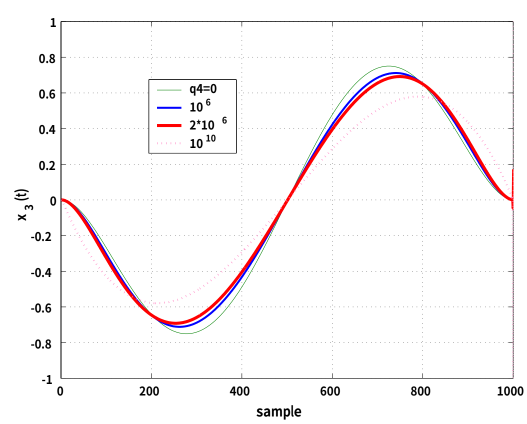

図 6　$q4$ の変化による $x_3(t)$ の軌道

Fig. 6.　$x_3(t)$ trajectory depending on the change of $q4$

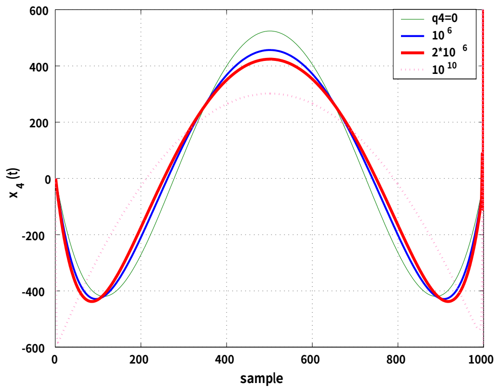

図 7　$q4$ の変化による $x_4(t)$ の軌道

Fig. 7.　$x_4(t)$ trajectory depending on the change of $q4$

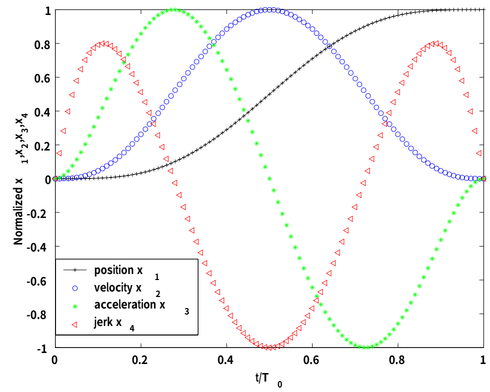

図 8　数式化された $x(t)$ の軌道

Fig. 8.　Trajectory of $x(t)$ normalized

3.　本手法の数値計算に基づいたSMART理論の補完

2.2 章の数値計算の結果により、ある特別なケース、すなわち、評価関数 (式 2) において状態に対する重み $Q=0$ のときは加速度変化率の微分値の自乗積分だけが評価関数に含まれるから加速度変化率が抑えられると期待される。

このことは加速度変化率と言う新たな状態変数を設け最適制御理論を適用することによって、機械振動の原因となる加速度変化率を抑えることもできるし、特に、各状態に対する重み $Q=0$ のときは SMART 理論と同じように目標軌道の数式化も出来るという利点が生じる。

各状態に対する重み $Q=0$ のときの最適制御理論の解は数式を用いて式 (15、16、17、18) のように表現される。

$$x_1(t) = -20a(\frac{t}{T_0})^7 + 70a(\frac{t}{T_0})^6 - 84a(\frac{t}{T_0})^5 + 35a(\frac{t}{T_0})^4 \tag{15}$$

$$x_2(t) = \frac{a}{T_0}[-140(\frac{t}{T_0})^6 + 420(\frac{t}{T_0})^5 - 420(\frac{t}{T_0})^4 + 140(\frac{t}{T_0})^3 \tag{16}$$

$$x_3(t) = \frac{a}{(T_0)^2}[-840(\frac{t}{T_0})^5 + 2100(\frac{t}{T_0})^4 - 1680(\frac{t}{T_0})^3 + 420(\frac{t}{T_0})^2 \tag{17}$$

$$x_4(t) = \frac{a}{(T_0)^3}[-4200(\frac{t}{T_0})^4 + 8400(\frac{t}{T_0})^3 - 5040(\frac{t}{T_0})^2 + 840\frac{t}{T_0} \tag{18}$$

また、図 8 は式 (15、16、17、18) を定規化した各状態値の軌道を表している。図 8 より、初めと終わり部分の加速度が滑らかに変化していることが確認できる。

4.　お わ り に

本論文では、2 自由度制御系の高速高精度シークを実現するために重要な役割を果たす目標軌道生成モデルの一つの設計法として、加速度変化率を最小化するための新たな評価関数を作り，最適制御理論に基づいて目標軌道を生成する方法を提案した。また、本目標軌道設計手法により、SMART で問題となった初めと終わり部分の大きい加速度変化率が抑圧可能であることが確認できた。本手法による目標軌道は磁気ディスクのシーク制御系に使われ、振動成分を抑えることによって高速高精度なシーク制御系を設計することが出来ると思われる。

5.　今後の課題

本手法によって生成された軌道を実際の磁気ディスクの 2 自由度シーク制御系に適用して VCM の機械振動の抑制効果とシーク時間の短縮効果の評価をする予定である。また、状態の重み係数を時変とした場合に拡張し、高速高精度位置決め制御系のための最適な目標軌道を生成する研究を続ける予定である。

なお、本研究について有益な助言をいただいている、株式会社東芝 デジタルメディアネットワーク社の柳原、谷津、岩代、佐渡の各氏に感謝いたします。

文　献

（1） 応用制御工学, 堀 洋一, 大西 公平 共著, 丸善株式会社
（2） 情報機器のダイナミックスと制御,　日本機械学会編,　養賢堂
（3） Digital Control of Dynamic Systems(3rd edition), Franklin, Powell, Workman, Addison-Wesley
（4） T. Yamaguchi, H. Numasato : A mode switching control for motion control and its application to disk drives:Design of optimal mode switching conditions, IEEE/ ASME Trans. on mechatronics, Vol. 3, NO. 3, pp. 202-209 (1998)
（5） L. Yi, M. Tomizuka : Two-degree-of-freedom control with robust feedback control for Hard disk servo systems, IEEE/ASME Trans. on mechatronics, Vol. 4, NO. 1, pp. 17-24 (1999)
（6） 谷津,　鈴木：モデル追従制御による HDD のシーク制御方式,　日本機械学会第 74 期通常総会講演論文集 (4), pp. 410-411 (1997)
（7） 石川, 服部, 橋本 ： 二自由度制御に基づく磁気ディスク装置の高速位置決め制御, 日本機械学会論文集, ６２-597-C, 1848/1856 (1996)
（8） Y. Mizoshita, S. Hasegawa, and K. Takaishi : Vibration Minimized Access Control for Disk Drives, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32, No. 3, pp. 1793-1798 (1996)
（9） S. Hasegawa, K. Takaishi, and Y. Mizoshita : Digital Servo Control for Head-positioning of Disk Drives, Fujitsu Scientific & Technical Journal 26: (4) pp. 378-390 (1990)