

# マルチレートサンプリング制御に基づく振動抑制及び周期的外乱抑圧制御法

東京大学 藤本 博志, 堀 洋一

## Vibration Suppression and Periodic Disturbance Rejection Control Based on Multirate Sampling Control

Hiroshi Fujimoto and Yoichi Hori, The University of Tokyo

**Abstract:** In this paper, novel multirate feedback controllers are proposed for digital control systems, where it is restricted that the sampling period of the plant output is relatively longer than the control period of the plant input. The proposed controllers achieve vibration suppression and disturbance rejection even in the semi-Nyquist frequency region. First, the continuous-time vibration suppression controller is exactly discretized by the multirate sampling control based on the closed-loop characteristics. Second, the multirate repetitive controllers are proposed both by the feedback and feedforward approaches. The proposed controllers are applied to the settling and following modes of hard disk drive, and the advantages of these approaches are demonstrated by simulations.

### 1 はじめに

デジタル制御系では、Fig.1 に示すように、参照値  $r(t)$  及び出力  $y(t)$  の2つのサンプリングと制御入力  $u(t)$  のホールドが存在し、それぞれの周期を  $T_r, T_y, T_u$  とすると、合計3つの時間周期が混在することになる。一般に制御入力の周期  $T_u$  は、アクチュエータや D/A 変換器の速度、もしくは CPU の演算速度により決まり、出力の検出周期  $T_y$  は、センサや A/D 変換器の速度により決定される。実際の制御系においては、 $T_u$  と  $T_y$  のどちらか、あるいは両方に制限を持っていることが多い。そこで、従来型のデジタル制御系では、周期  $T_y$  と  $T_u$  の長い方に合わせて、これら3つの周期を等しく構成するのが一般的である。

本稿では、ハードウェアの制限により出力のサンプリング周期  $T_y$  が相対的に長い系を仮定して、制御入力をサンプリング周期よりも短い周期で切り替える ( $T_u < T_y$ )、マルチレートサンプリング制御を導入する。一般に D/A 変換器が A/D 変換器よりも高速であることを考えると、 $T_u < T_y$  となる制御系は非常に多いと想像できる。特に、サーボ信号がある一定の間隔でしか得ることの出来ない磁気ディスク装置や、ロボットの視覚サーボ系や、低精度エンコーダを用いたサーボモータの制御系などは、この好例である。

このようなサンプリング周波数が相対的に低い制御系に対しては、ナイキスト周波数が低いので、ある程度高い周波数領域での振動抑制制御や外乱抑圧制御は困難となる。本稿では、1 サンプル点間に  $N$  回制御入力を切り替えるマルチレートサンプリング制御を導入し、ナイキスト周波数周辺で振動抑制制御と外乱抑圧制御を達成する2つの制御手法を提案し、磁気ディスク装置のヘッドの位置決め制御系に適用する。

モーションコントロールの研究分野においては、従来から様々な振動抑制制御系が提案されてきたが、これらの制御器は一般的に連続時間領域で設計されることが多い[1]。この制御器をデジタル制御系で実装するために、設計された制御器は Tustin 変換等の手法で離散化されるが、従来の離散化の手法は制御器のオープンループ特性だけに着目する手法であるため、閉ループ特性は十分に保存されないという問題点があった。実際に、閉ループ系の帯域や抑制したい振動モードに比べてナイキスト周波数が十分に高いと仮定できない場合には、Tustin 変換等の従来の離散化の手法では、閉ループ特性が大きく劣化することがあり、最悪の場合には不安定になるということもある。

これに対して、著者らはマルチレートサンプリング制御を導入して、閉ループ系の応答が、元の連続時間制御系にサンプル点ごとに一致する制御器の離散化の手法を提案している [2]。本稿では、この手法を  $T_u < T_y$  なるハードウェアの制限を持つ制御系

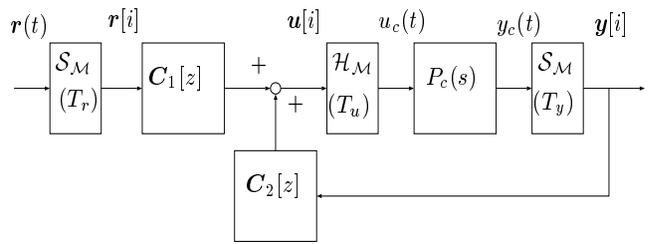


Fig. 1: Two-degree-of-freedom control system.

に拡張して、サンプル点上だけでなく、サンプル点間の  $M$  点で応答の一致を保証する手法を提案する。さらに、この手法をナイキスト周波数周辺に共振モードを持つ制御対象に適用し、その有効性を明らかにする。

ここで、離散時間ベース設計法や、近年発達したサンプル点間応答を考慮したサンプル値設計法 [3, 4] のアプローチを使用せず、連続時間補償器を離散化する手法を採用した理由は、第一にこれまでに盛んに研究されてきた連続時間領域での振動抑制制御系の研究成果 [1] が使用できるという長所があるからである。第二に、マルチレート制御を導入し、ナイキスト周波数周辺での振動抑制を試みる研究自体が新しく挑戦的なものであるため、本論文では最も簡単で実用的な手法として、連続時間ベース設計を採用したのである。

一方、繰り返し制御系は文献 [5] で提案され、その後文献 [6] 等で様々な理論的研究がなされた有効な制御手法であり、離散時間系に対しても拡張がなされている [7]。しかしながら、サンプリング周期が比較的長い系にこれを適用すると、従来のシングルレート制御系では、ナイキスト周波数に近い高次の外乱成分に対して、サンプル点間の外乱抑圧特性は大きく劣化する。この理由は、周期が短い連続的な外乱を、その同程度の制御周期の離散的な入力でも効果的に抑圧することが不可能であるからである。一方著者らは文献 [8] で、マルチレート制御を導入し、定常状態においてサンプル点間に  $M$  回外乱を完全に抑圧する制御法を提案した。本稿では、この手法を繰り返し外乱抑圧制御に拡張し、磁気ディスク装置の高次の RRO(Repeatable runout) の抑圧制御に適用する。

内部モデル原理に基づくフィードバック型の繰り返し制御系では、内部モデルが閉ループ特性を乱すため、ロバスト安定性を保証するのが困難となる [7]。この問題点を改善するために、本稿では、オープンループ推定とフィードフォワード型の外乱抑圧に基づく、新しい制御手法を提案する。

磁気ディスク装置にマルチレートサンプリング制御を適用す

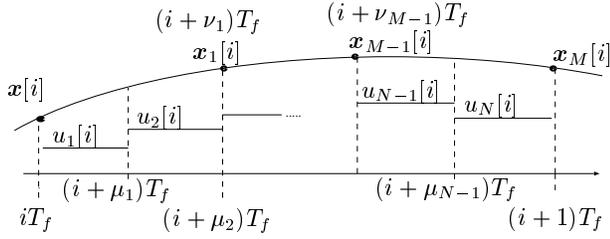


Fig. 2: Multirate Sampling control.

る研究は、従来から様々な手法が試みられている (例えば文献 [9, 10, 11] 参照)。著者らも、これまでに  $T_r > T_u$  とするマルチレートフィードフォワード制御 [12] を導入することにより、目標軌道追従特性を向上させ、より高速なシーク動作が達成できることを明らかにした [8, 13]。これに対して、本稿ではナイキスト周波数周辺の振動抑制制御や外乱抑圧制御といった、新たな観点からマルチレートサンプリング制御を適用する試みを行う。

## 2 マルチレートサンプリング制御を用いた制御器の離散化

本節では、 $T_u < T_y$  なるハードウェアの制限を持つ制御系に対して、連続時間領域で設計されたオブザーバとレギュレータからなる望ましい制御器を、入力多重型マルチレートサンプリング制御を用いて離散化する手法を提案する。その特徴は、得られた離散時間閉ループ系の制御対象の状態変数が、望ましい連続系の応答に、サンプル点間の  $M$  点で一致するというものである。状態変数の時間応答が保存するように離散化することにより、マルチレート制御入力振動的になる問題 [14] を防止することができる [2, 12]。また、提案手法は第 4.1 節において、ナイキスト周波数周辺に共振モードを持つ系の振動抑制制御に適用される。

本稿で仮定しているような  $T_y > T_u$  の関係を持つ制御系に対しては、フレーム周期を  $T_f = T_y$  と定義して、制御系を  $T_f$  の周期で記述すれば、制御器の動作を明確にすることができる。さらに、1 サンプル点間で状態変数を評価する回数  $M$  の決定法は、本稿では Fig.2 に示すようにサンプリング周期  $T_f$  の間に制御入力を  $N$  回切替えることができるとすると、 $M = N/n$  が整数となるように  $N, M$  を決定するものとする。但し  $n$  は制御対象の次数である。また Fig.2 において、 $\mu_j (j = 1, \dots, N), \nu_k (k = 1, \dots, M)$  は入力切替え及び状態評価のタイミングを表すパラメータであり、式 (1), (2) を満たすものとする。  $T_f$  を等分割する場合には、 $\mu_j = j/N, \nu_k = k/M$  となる。

$$0 = \mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_N = 1 \quad (1)$$

$$0 < \nu_1 < \nu_2 < \dots < \nu_M = 1 \quad (2)$$

なお、本稿では連続時間制御対象  $P_c(s)$  が単入出力系と仮定するが、多入出力系に関しては、文献 [2] と同様な定式化を行なえば、以下の手法と並行した議論により容易に拡張できる。また、文献 [2] では 2 自由度制御系に対して議論を行なっているが、本節ではフィードバック補償器の離散化のみに議論を限定する。

### 2.1 マルチレートサンプリング制御による制御対象の離散化

単入出力  $n$  次の連続時間制御対象

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + b_c u(t), \quad y(t) = c_c x(t) \quad (3)$$

に対して、Fig.2 に示すように出力のサンプリング周期  $T_y (= T_f)$  の間に入力を  $N$  回切替えるマルチレートサンプリング制御を適用することを考える。離散化された制御対象の状態方程式は、 $x[i] = x(iT_f)$  と書くと、

$$x[i+1] = Ax[i] + Bu[i], \quad y[i] = Cx[i] \quad (4)$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & O \end{array} \right] := \left[ \begin{array}{c|ccc} e^{A_c T_f} & b_1 & \dots & b_N \\ \hline c_c & 0 & \dots & 0 \end{array} \right] \quad (5)$$

$$b_j := \int_{(1-\mu_j)T_f}^{(1-\mu_{j-1})T_f} e^{A_c \tau} b_c d\tau, \quad u := [u_1, \dots, u_N]^T \quad (6)$$

として定式化できる。また、 $t = (i + \nu_k)T_f$  におけるサンプル点間の状態  $\tilde{x}$  の挙動は次式となる。

$$\tilde{x}[i] = \tilde{A}x[i] + \tilde{B}u[i] \quad (7)$$

$$\left[ \begin{array}{c|ccc} \tilde{A}_1 & \tilde{b}_{11} & \dots & \tilde{b}_{1N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{A}_M & \tilde{b}_{M1} & \dots & \tilde{b}_{MN} \end{array} \right] \quad (8)$$

$$\tilde{A}_k := e^{A_c \nu_k T_f}, \quad \tilde{x} := [x_1^T, \dots, x_M^T]^T \quad (9)$$

$$x_k[i] = x[i + \nu_k] = x((i + \nu_k)T_f) \quad (10)$$

$$\tilde{b}_{kj} := \begin{cases} \mu_j < \nu_k : & \int_{(\nu_k - \mu_j)T_f}^{(\nu_k - \mu_{j-1})T_f} e^{A_c \tau} b_c d\tau \\ \mu_{(j-1)} < \nu_k \leq \mu_j : & \int_0^{(\nu_k - \mu_{j-1})T_f} e^{A_c \tau} b_c d\tau \\ \nu_k \leq \mu_{(j-1)} : & 0 \end{cases}$$

### 2.2 連続時間制御器の設計

本節では、連続時間制御系をレギュレータと外乱モデルを併用したオブザーバから設計する。連続時間制御系では、ナイキスト周波数を考慮に入れる必要がないので、高周波領域に機構共振モードが存在したとしても、理想的な振動抑制制御系が容易に設計できる。

制御対象として、入力端に外乱を加えた次式のモデルを考える。

$$\dot{x}_p(t) = A_{cp} x_p(t) + b_{cp}(u(t) - d(t)) \quad (11)$$

$$y(t) = c_{cp} x_p(t) \quad (12)$$

外乱入力  $d(t)$  のモデルが次式で表せるとする。

$$\dot{x}_d(t) = A_{cd} x_d(t), \quad d(t) = c_{cd} x_d(t) \quad (13)$$

このモデルの次数を  $n_d$  次とする。例えば、抑圧したい外乱がステップ状であるなら  $A_{cd} = 0, c_{cd} = 1$  とし、周波数  $\omega_d$  の正弦波状であるなら、

$$A_{cd} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_d^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad c_{cd} = [1, 0] \quad (14)$$

とモデル化する。式 (11), 式 (13) を合わせた連続時間併合系は次式のようになる。

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + b_c u(t), \quad y(t) = c_c x(t) \quad (15)$$

$$A_c := \begin{bmatrix} A_{cp} & -b_{cp} c_{cd} \\ O & A_{cd} \end{bmatrix}, \quad b_c := \begin{bmatrix} b_{cp} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x := \begin{bmatrix} x_p \\ x_d \end{bmatrix}$$

$$c_c := [c_{cp}, 0]$$

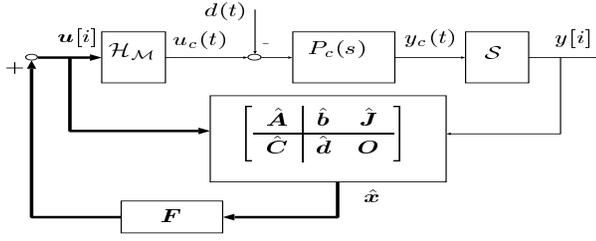


Fig. 3: Multirate control with disturbance observer.

上式の制御対象に対して、連続時間系のオブザーバをゴピナスの方法等で次式のように構成する。

$$\dot{v}(t) = \hat{A}_c \hat{v}(t) + \hat{b}_c y(t) + \hat{J}_c u(t) \quad (16)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{C}_c \hat{v}(t) + \hat{d}_c y(t) \quad (17)$$

制御対象の状態を望ましい極配置により安定化し、外乱を抑圧するよう、次式のようなレギュレータによるフィードバック制御則を施す。

$$u(t) = f_{cp} \hat{x}_p(t) + c_{cd} \hat{x}_d(t) = f_c \hat{x}(t), \quad (18)$$

$$f_c := [f_{cp}, c_{cd}]. \quad (19)$$

ここで、 $e_v$  をオブザーバの状態推定誤差  $e_v = \hat{v} - v$  とすると、 $\hat{x}[i] = x[i] + \hat{C}_c e_v[i]$  と表せることから [15]、式 (18) を式 (15) に代入して次式を得ることが出来る。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p(t) \\ \dot{x}_d(t) \\ \dot{e}_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_f & O & b_{cp} f_c \hat{C}_c \\ O & A_d & O \\ O & O & \hat{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_d(t) \\ e_v(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

但し  $A_f := A_{cp} + b_{cp} f_{cp}$  である。上式から、サンプル点  $t = iT_f$  からサンプル点間の  $t = (i + \nu_k)T_f$  への、状態  $x_p, x_d$  の遷移は次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} x_p[i + \nu_k] \\ x_d[i + \nu_k] \\ e_v[i + 1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{A_f \nu_k T_f} & O & * \\ O & e^{A_d \nu_k T_f} & O \\ O & O & e^{\hat{A}_c T_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p[i] \\ x_d[i] \\ e_v[i] \end{bmatrix} \quad (21)$$

### 2.3 マルチレートサンプリング制御による制御器の離散化

本節では、入力多重型マルチレートサンプリング制御を用いて、前節で得た理想的な連続時間制御器を離散化する。

式 (15) をマルチレートサンプリング制御を用いて離散化すると、 $t = (i + \nu_k)T_f$  におけるサンプル点間の状態の値  $x[i + \nu_k]$  は式 (7) の第  $k$  列により次式のように計算できる。

$$x[i + \nu_k] = \tilde{A}_k x[i] + \tilde{B}_k u[i] \quad (22)$$

$$\tilde{A}_k = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{pk} & \tilde{A}_{pdk} \\ O & \tilde{A}_{dk} \end{bmatrix}, \tilde{B}_k = \begin{bmatrix} \tilde{B}_{pk} \\ O \end{bmatrix}$$

ここで、式 (15) を式 (4) により離散化した制御対象に対して、サンプル点上でのオブザーバをゴピナスの方法等で

$$\hat{v}[i + 1] = \hat{A} \hat{v}[i] + \hat{b} y[i] + \hat{J} u[i] \quad (23)$$

$$\hat{x}[i] = \hat{C} \hat{v}[i] + \hat{d} y[i] \quad (24)$$

と構成し、Fig.3 に示すように次式のフィードバック制御則を施す。

$$u[i] = F_p \hat{x}_p[i] + F_d \hat{x}_d[i] = F \hat{x}[i] \quad (25)$$

但し、 $F := [F_p, F_d]$  である。

式 (22) から式 (25) により、閉ループ系は次式のように表現される。

$$\begin{bmatrix} x_p[i + \nu_k] \\ x_d[i + \nu_k] \\ e_v[i + 1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{pk} + \tilde{B}_{pk} F_p & \tilde{A}_{pdk} + \tilde{B}_{pk} F_d & \tilde{B}_{pk} F \hat{C} \\ O & \tilde{A}_{dk} & O \\ O & O & \hat{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p[i] \\ x_d[i] \\ e_v[i] \end{bmatrix} \quad (26)$$

ここで、式 (21) と式 (26) を比較すると、もし次式の条件が成立していれば、デジタル制御系の制御対象の状態 ( $x_p$ ) が、元の理想的な連続時間制御系の状態に、サンプル点間の  $t = (i + \nu_k)T_f$  ( $k = 1, \dots, M$ ) において、完全に一致することが分かる。

$$\tilde{A}_{pk} + \tilde{B}_{pk} F_p = e^{A_f \nu_k T_f}, \quad (27)$$

$$\tilde{A}_{pdk} + \tilde{B}_{pk} F_d = O, \quad (28)$$

$$e_v[i] = O \quad (29)$$

式 (27) と式 (28) をすべての  $k = 1, \dots, M$  において連立することにより、次式が得られる。

$$\tilde{A}_p + \tilde{B}_p F_p = E, \quad \tilde{A}_{pd} + \tilde{B}_p F_d = O \quad (30)$$

但し、 $\tilde{A}_p, \tilde{A}_{pd}, \tilde{B}_p, E$  の定義は次式による。

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{p1} \\ \vdots \\ \tilde{A}_{pM} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tilde{A}_{pd1} \\ \vdots \\ \tilde{A}_{pdM} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tilde{B}_{p1} \\ \vdots \\ \tilde{B}_{pM} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} e^{A_f \nu_1 T_f} \\ \vdots \\ e^{A_f \nu_M T_f} \end{bmatrix}$$

ここで、 $\tilde{B}_p$  の正則性が保証されていることから [2, 16]、上式は可解となり、その解として  $F_p$  と  $F_d$  は次式となる。

$$F_p = \tilde{B}_p^{-1} (E - \tilde{A}_p), \quad F_d = -\tilde{B}_p^{-1} \tilde{A}_{pd} \quad (31)$$

さらに、文献 [2] では、フレーム周期 ( $T_f$ ) に制御出力を複数回検出する、出力多重型マルチレートサンプリング制御を導入して、オブザーバの離散化の手法を提案している。しかしながら、本稿では出力検出のサンプリング周期が相対的に長い ( $T_y > T_u$ ) と仮定しているため、この手法は適用せず、 $\hat{A}$  の固有値が  $\exp(\hat{A}_c T_f)$  の固有値と等しくなるように、オブザーバを離散化するというような簡単な手法を適用することにする。

式 (23) を式 (25) に代入することにより、出力フィードバック型の補償器が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} \hat{v}[i + 1] \\ u[i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} + \hat{J} F \hat{C} & \hat{b} + \hat{J} F \hat{d} \\ F \hat{C} & F \hat{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}[i] \\ y[i] \end{bmatrix} \quad (32)$$

### 2.4 初期値補償

本節では、条件式 (29) を満足するために、式 (32) の制御器の初期値  $\hat{v}[0]$  を設定する手法を提案する。外乱やモデル化誤差がない理想状態を想定すると、オブザーバの状態推定誤差  $e_v[i]$  を生じる原因となるのは、初期値誤差のみである。従って、 $x[0]$  が既知であるなら、次式に従ってオブザーバの状態変数  $\hat{v}$  の初期値を設定すれば、この誤差を零とすることができる。

$$\hat{C} \hat{v}[0] = x[0] - \hat{d} y[0] \quad (33)$$

この初期値補償により、制御対象の状態  $x_p[i]$  はレギュレータのモードで減衰することになるので、 $A_f$  の固有値が適切に設定されていれば、感度関数で決定されるステップ応答 (もしくは初期値応答) のオーバーシュートを防ぐことが可能となる。この効果は、[17] の初期値補償と同様の結果であるが、オブザーバの状態変数の設定というアプローチは興味深いものであるといえる。

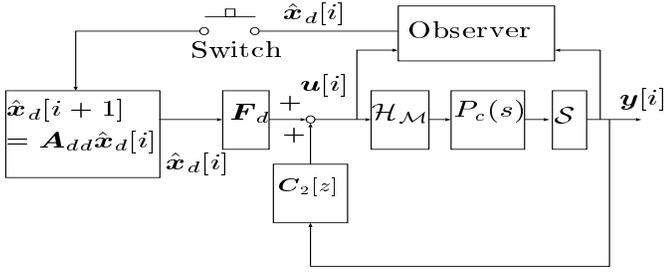


Fig. 4: Feedforward repetitive control

### 3 マルチレートサンプリング制御を用いた繰り返し制御

本節では、マルチレートサンプリング制御を用いて、周期的な外乱の影響をサンプル点間に  $M$  回、完全に抑圧する制御法を提案する。まず最初に、内部モデル原理に基づくフィードバック型の制御器を設計し、その制御器をオープンループ推定とフィードフォワード型の外乱抑圧制御器に変形する。

#### 3.1 フィードバック型繰り返し制御

周期  $T_0 := 2\pi/\omega_0$  ごとに繰り返し入力される外乱は、そのフーリエ級数展開を考えることにより、次式のようにモデル化される。

$$d(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \quad (34)$$

上式を式 (13) の外乱モデルとすると、前節の手法により、内部モデルを持つフィードバック型の繰り返し外乱抑圧制御器を設計することができる。

ここで、式 (26), (28) からサンプル点間の  $t = (i + \nu_k)T_f$  において  $x_d[0]$  によって発生する周期的な外乱  $x_d[i]$  から、制御対象の状態  $x_p[i + \nu_k]$  への影響が零になることが分かる。また、サンプル点上での  $x_p[i], e_o[i]$  は  $\hat{A}_{pM} + \hat{B}_{pM}F_p$  と  $\hat{A}$  の固有値 (レギュラータとオブザーバの極) で決定される速度で零に収束するので、定常状態では  $x_p[i + \nu_k] = 0$  となり、1 サンプル点間に  $M$  回、外乱が完全に抑圧されることになる。

#### 3.2 フィードフォワード型繰り返し制御

前述したように、内部モデル原理に基づくフィードバック型の繰り返し制御系では、内部モデルが閉ループ特性を乱すため、ロバスト安定性を保証するのが困難となる [7]。この問題点を改善するために、本節では、Fig.4 に示すようなオープンループ推定とフィードフォワード型の外乱抑圧に基づく、新しい制御手法を提案する。

まず、オブザーバがオープンループ推定を行うことにより、周期外乱の各周波数成分の振幅と位相情報に相当する外乱モデルの状態変数  $x_d[i]$  の推定を行う。この推定が定常状態に収束したときに、 $t = t_0$  において、スイッチが ON 状態になり、推定値  $\hat{x}_d[t_0]$  を伝え、即座に OFF となる。この初期値  $\hat{x}_d[t_0]$  を用いて、周期外乱は次式により計算することができる。

$$\hat{x}_d[i + 1] = A_{dd}\hat{x}_d[i] \quad (35)$$

但し、 $A_{dd} = \exp(A_{cd}T_f)$  である。ここで、式 (31) により計算されたフィードフォワードゲイン  $F_d$  を用いれば、この外乱の影響は定常状態において、1 サンプル点間に  $M$  回、完全に抑圧されることになる。この手法を用いれば、フィードバック補償器  $C_2[z]$

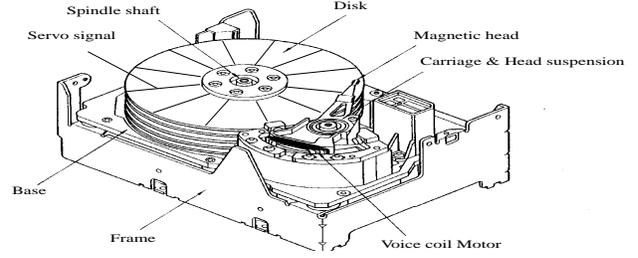


Fig. 5: Hard disk drive.

Table 1: Parameters of the plant.

Amplifier gain	$K_a$	1.996	A/V
Force constant	$K_f$	2.95	N/A
Mass	$M_p$	6.983	g
Track pitch	$T_p$	3.608	$\mu\text{m}/\text{trk}$
Sampling time	$T_s$	138.54	$\mu\text{sec}$
Input multiplicity	$N$	4	
Mechanical resonance	$\omega_{1n}$	$2\pi \times 2.7 \times 10^3$	rad/sec
Damping	$\zeta_{1n}$	0.1	

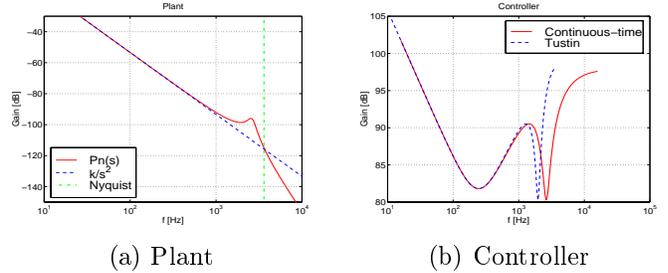


Fig. 6: Frequency responses.

は内部モデルを持つ必要がなくなるので、フィードバック特性を乱す問題が起こらず、高いロバスト安定性が保証できる。

さらに、 $t = t_0$  において、フィードバック補償器  $C_2[z]$  の初期値を第 2.4 節と同様に設定すれば、 $t = t_0$  以降の収束特性を向上させることができる。すなわち、オープンループオブザーバの推定値  $\hat{x}[t_0]$  を用いて、 $C_2[z]$  の状態変数  $\hat{v}$  の初期値の初期値を式 (33) に従い設定すれば、制御対象の状態をオーバシュートすることなく整定させることができる。

また、本稿では  $M = N/n$  と定義して、外乱  $x_d$  から制御対象の状態  $x_p$  への影響を、1 サンプル点間に  $M$  回零にすることを考えた。さらに文献 [18] では、整数  $M$  を  $N/n$  以上に選ぶことにより、 $x_p$  の評価点を増加させ、サンプル点間における外乱抑圧特性を全体的に最小化する手法を提案している。

## 4 磁気ディスク装置への適用

磁気ディスク装置のヘッドを目標データトラックに位置決めするためには、まず現在位置から目標トラックまでできるだけ短い時間で移動 (シーク; seek) し、目標トラック中心に整定する動作 (セトリング; settling) を行なう。その後、データの記録又は再生が行なわれるが、このときヘッドは目標トラックに高精度で位置決めされ続けている必要がある。回転しているディスクは種々の振動を生じ、またヘッドも振動するので、トラック中心に追従する動作 (フォロイング; following) が必要である。このように位置決め動作は大きくシーク、セトリング、フォロイングの 3 つのモー

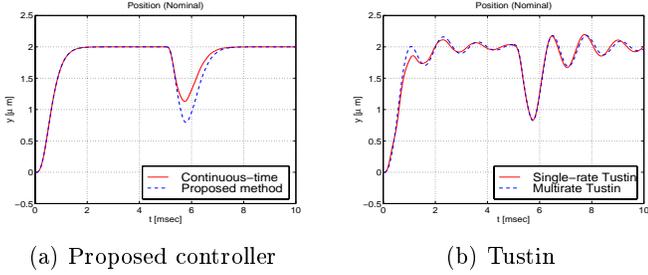


Fig. 7: Step and disturbance responses.

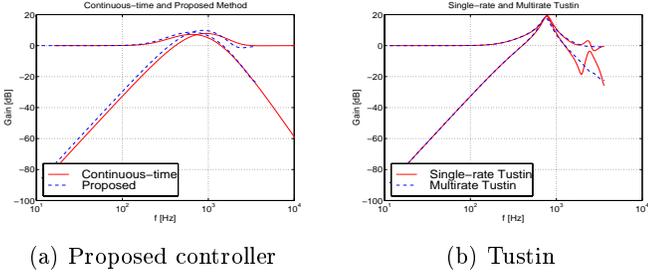


Fig. 8: Frequency responses  $S[z]$ ,  $T[z]$ .

ドからなる [17].

著者らは、[12]でマルチレートフィードフォワード制御を用いた完全追従制御法を提案し、これをシークモードに適用した [13]。本稿では、提案したマルチレートフィードバック制御器をセトリングモードとフォロイングモードに適用し、その有効性をシミュレーションにより示す。ハードディスク装置では、サーボ信号が百マイクロ秒程度の一定の間隔でしか得ることのできないが、その周期の間に制御入力を2~4回程度は切替えることが可能であるので、提案するマルチレート制御は十分に適用可能である。

#### 4.1 マルチレートサンプリング制御を用いた振動抑制制御

制御対象は3.5インチのハードディスクドライブ装置 (Fig.5) とし、ノミナルモデルとして、剛体モードと1次共振モードを持つ4次系を採用した。

$$P_c(s) = \frac{K_f K_a}{M_p} \frac{1}{s^2} \frac{\omega_{1n}^2}{s^2 + 2\zeta_{1n}\omega_{1n}s + \omega_{1n}^2}. \quad (36)$$

そのパラメータを Table1 に示す [8]。Fig.6(a) に示すようにこの制御対象は2.7 [kHz] 前後に1次の機械的共振モードを持ち、この共振周波数は製品によって  $\pm 500$  [Hz] 変動する。これに対して、ナイキスト周波数は3.6 [kHz] と、比較的強く共振モードに接近しているため、従来のシングルレート制御器では、振動抑制制御を行なうことは困難であるといえる。

連続時間制御器の設計では、閉ループ系を低周波領域で十分に低感度化しよう外乱モデルを  $d(s) = 1/s$  とし、式 (15) の拡大系に対して、式 (16) のオブザーバの極を  $(s + \omega_c)^2(s^2 + 2\zeta_{1n}\omega_{1n}s + \omega_{1n}^2)$  に、式 (18) のレギュレータの極を  $(s + \omega_c)^4$  に設定することにより、Fig.6(b) に示すノッチ特性を持つ制御器を得た。ここで、閉ループ系の極を決定するパラメータ  $\omega_c$  は、安定余裕を考慮に入れて、共振周波数の  $\pm 1$  [kHz] の変動に対して閉ループ系を安定化する  $\omega_c$  の中で最大のものを選んだ。Tustin 変換によりこの制御器を離散化すると、Fig.6(b) に示すように、共振モードがナイキスト周波数に接近しているため、高周波で大きな離散化誤差を生じることが分かる。

提案手法により入力多重度  $N = 4$  で離散化した制御器と Tustin 変換による制御器のシミュレーション結果を Fig.7 に示す。Fig.7(a)

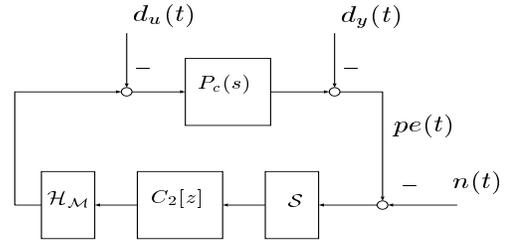


Fig. 9: Following mode.

に示すように、セトリング時においては、提案する手法は連続時間系の応答に一致していることが分かる。 $t = 5$  [s] において、ステップ状の外乱を印加すると、オブザーバの推定誤差  $e_v[i]$  を生じるので、連続時間系の応答から多少誤差を生じるが、振動を励起することなく、速やかにその影響を除去できていることが分かる。これに対して、Tustin 変換法では、閉ループ系の応答が保証されていないため、元の連続時間系の応答から大きく誤差を生じ、振動を励起していることが分かる。ここで、Fig.7(b) の "Multirate Tustin" とは、周期  $T_y/N (= T_y/4)$  で Tustin 変換した制御器と、アップサンブラと零次ホールドから構成されるインターポレータからなるマルチレート制御器である [10]。

Fig.8 に、連続時間制御系と各手法により離散化された制御系の感度関数  $S[z]$ ・補感度関数  $T[z]$  の周波数応答を示す。閉ループ系の応答に着目した提案手法 (a) は、理想的な連続時間系の特性をよく保存しているが、制御器のオープンループ特性のみに着目した Tustin 変換法 (b) は、高周波特性が大きく劣化していることが分かる。

#### 4.2 マルチレートサンプリング制御を用いた繰り返し制御

本節では、第3節で提案した繰り返し外乱抑圧制御器を磁気ディスク装置のフォロイングモードに適用する。Fig.9 にフォロイングモードの制御系のブロック図を示す。制御対象  $P_c(s)$  の出力端の外乱  $d_y(t)$  はディスクの回転に伴うトラックの揺れ (トラックランアウトと呼ばれる) を表し、参照入力ともみなすことができる。コントローラへの入力は、トラックランアウトからの位置誤差  $pe(t)$  であり、これを零にするのが制御目的である。 $n(t)$  は  $pe(t)$  の観測ノイズを表し、入力端の外乱  $d_u(t)$  は、風乱などの加速度外乱である。

トラックランアウトは、ディスクの回転に同期する RRO (Repeatable Run-out) と同期しない NRRO (Non-Repeatable Run-out) に分類される。本節では、提案する制御法により RRO による位置誤差を抑圧することを考える。

簡単化のため、制御対象は剛体モードだけをモデル化することにする。

$$P_c(s) = \frac{K_f K_a}{M_p} \frac{1}{s^2} \quad (37)$$

また、外乱は1次、10次、20次のRROのみを考慮に入れることにする<sup>1</sup>。

$$d(t) = \sum_{k=1,10,20} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \quad (38)$$

但し、スピンドルの回転周期を120 [Hz] とすると、 $\omega_0 = 2\pi \cdot 120$  [rad/sec] である。

フィードバック型 (Fig.3) 及びフィードフォワード型 (Fig.4) の感度関数・補感度関数を Fig.10 に示す。図 (a) から、フィードバック型の繰り返し外乱抑圧制御器は、内部モデルにより、閉

<sup>1</sup>実際には、影響の大きい次数の RRO を選択することになる。

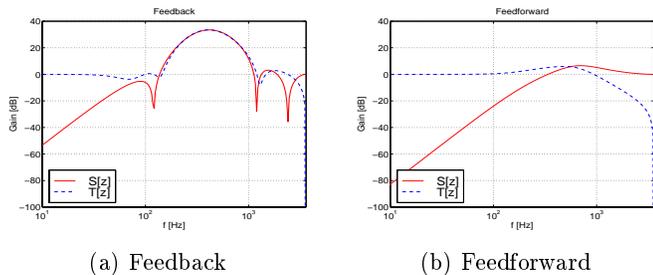


Fig. 10: Frequency responses  $S[z], T[z]$ .

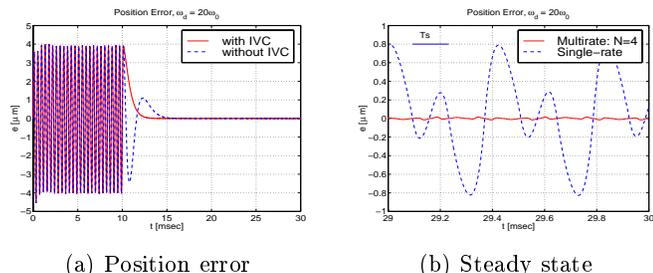


Fig. 11: Feedforward repetitive control.

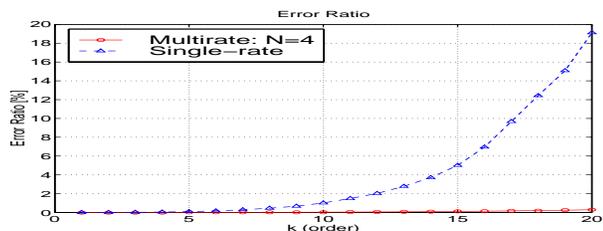


Fig. 12: Error ratio  $E_R(k)$ .  
( $k = 20$  は 2.4 [kHz] に相当)

ループ特性が大きく劣化していることが確認できる。これに対して、フィードフォワード型の制御器では、繰り返し外乱抑圧制御器とは独立な  $C_2[z]$  のみによって、フィードバック特性が決定されるので、図 (b) に示すように良好な閉ループ特性を保存することができる。

Fig.11 に  $t = 0$  から振幅 1 [trk] (= 3.6[ $\mu\text{m}$ ])、角周波数  $20\omega_0$  の正弦波状の RRO を加えたときのフィードフォワード型繰り返し外乱抑圧制御法のシミュレーション結果を示す。図 (a) に示すように  $t_0 = 10$ [ms] からフィードフォワードによる外乱抑圧制御を開始すると素早く収束し、式 (33) の初期値補償により、オーバーシュートを防止できていることが確認できる。さらに図 (b) より、定常状態においては、従来のシングルレート法ではサンプル点間において大きな誤差を生じているが、提案手法ではサンプル点間で  $M (= 2)$  回の完全外乱抑圧を保証しているため、サンプル点間においても効果的に外乱を抑圧できていることが確認できる。

Fig.12 に、外乱の回数に対する誤差率の計算結果を示す。ここで、誤差率は RRO に対する位置誤差の大きさを表し、サンプル点間応答も考慮に入れ次式のように定義した。

$$E_R^2(k) := \frac{\int_{t_s}^{t_s+kT_0} pe^2(t)dt}{\int_{t_s}^{t_s+kT_0} d_y^2(t)dt} \quad (39)$$

ここで、 $d_y(t) = T_p \sin k\omega_0 t$  とし、定常状態だけを評価するために、 $t_0 = 20$ [s] と選んだ。Fig.12 より、シングルレート制御器は低次の RRO に対しては十分な抑圧効果があるが、高次の RRO に対してはサンプル点間応答に大きく位置誤差を生じていることが分かる。以上のことから、ナイキスト周波数 (3.6[kHz]) に近い

高次の外乱ほど、提案手法の有効性が発揮できることが明らかになった。

## 5 結論

本稿では、 $T_u < T_y$  なるハードウェアの制限を持つデジタル制御系を仮定し、ナイキスト周波数周辺で振動抑制及び繰り返し外乱抑圧を達成するマルチレート制御器を提案した。さらに、提案手法を磁気ディスク装置のセリング及びフォロイングモードに適用して、シミュレーションによりその有効性を示した。今後の課題は、実機実験により提案手法を評価することである。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費補助金によって行われたことを付記する。

## 参考文献

- [1] 松井, 堀: “モータコントロールの新しい技術”, 電学論 D, **113**, 10, pp. 1122–1137 (1993).
- [2] 藤本, 河村: “N-delay 制御を用いた新しいデジタル再設計法”, 電学論 D, **117**, 5, pp. 645–654 (1997).
- [3] 山本, 荒木, 原, 杉本, 早川, 太田: “特集解説: デジタル制御技術”, 電学論 C, **114**, 7/8, pp. 729–766 (1994).
- [4] T. Chen and L. Qiu: “ $H_\infty$  design of general multirate sampled-data control systems”, Automatica, **30**, 7, pp. 1139–1152 (1994).
- [5] 井上, 中野, 久保, 松本: “陽子シンクロトロン電磁石電源の繰り返し運転における高精度制御”, 電学論 C, **100**, 7, pp. 234–240 (1980).
- [6] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata and M. Nakano: “Repetitive control system – a new-type servo system”, IEEE Trans. Automat. Contr., **33**, pp. 659–668 (1988).
- [7] C. Kempf, W. Messner, M. Tomizuka and R. Horowitz: “Comparison of four discrete-time repetitive algorithms”, IEEE Contr. Syst. Mag., **13**, 5, pp. 48–54 (1993).
- [8] H. Fujimoto, Y. Hori, T. Yamaguchi and S. Nakagawa: “Proposal of perfect tracking and perfect disturbance rejection control by multirate sampling and applications to hard disk drive control”, Conf. Decision Contr., pp. 5277–5282 (1999).
- [9] W.-W. Chiang: “Multirate state-space digital controller for sector servo systems”, Conf. Decision Contr., pp. 1902–1907 (1990).
- [10] Y. Gu and M. Tomizuka: “Digital redesign and multirate control for motion control – a general approach and application to hard disk drive servo system –”, IEEE Int. Workshop Advanced Motion Control, pp. 246–251 (2000).
- [11] 石川: “磁気ディスク装置のマルチレートサンプリング制御に関する一考察”, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-00-55, pp. 31–38 (2000).
- [12] 藤本, 堀, 河村: “マルチレートフィードフォワード制御を用いた完全追従制御”, 計測自動制御学会論文集, **36**, 9, pp. 766–772 (2000).
- [13] 藤本, 堀, 山口, 中川: “マルチレートサンプリングを用いた完全追従制御法による磁気ディスク装置のシーク制御”, 電学論 D, **120**, 10 (2000). (掲載予定).
- [14] K. L. Moore, S. P. Bhattacharyya and M. Dahleh: “Capabilities and limitations of multirate control schemes”, Automatica, **29**, 4, pp. 941–951 (1993).
- [15] 美多, 原, 近藤: “基礎デジタル制御”, コロナ社 (1988).
- [16] M. Araki and T. Hagiwara: “Pole assignment by multirate-data output feedback”, Int. J. Control, **44**, 6, pp. 1661–1673 (1986).
- [17] T. Yamaguchi, H. Numasato and H. Hirai: “A mode-switching control for motion control and its application to disk drives: Design of optimal mode-switching conditions”, IEEE/ASME Trans. Mechatronics, **3**, 3, pp. 202–209 (1998).
- [18] H. Fujimoto and Y. Hori: “Vibration suppression and optimal repetitive disturbance rejection control in semi-nyquist frequency region using multirate sampling control”, Conf. Decision Contr., No. ThP06-6 (2000). (to be presented).