

# マルチレートサンプリング制御に基づくビジュアルサーボ – サンプル点間オブザーバによる安定性改善と周期的外乱抑圧制御 –

藤本 博志 (長岡技術科学大学), 堀 洋一 (東京大学)

## Visual Servoing Based on Multirate Sampling Control

– Stability Improvement by Intersample Observer and Periodic Disturbance Rejection –

Hiroshi Fujimoto (Nagaoka University of Technology), Yoichi Hori (The University of Tokyo)

**Abstract-** In this paper, novel multirate sampling controllers are proposed for digital control systems, in which the sampling period is restricted to be longer than the control period. The proposed feedback controller assures perfect disturbance rejection (PDR) at  $M$  intersample points in the steady state. Moreover, the intersample observer is developed in order to reduce the phase delay caused by zero-order hold and to increase the stability margin by estimation and compensation of the intersample response. Next, the novel scheme of repetitive control is proposed based on the open-loop estimation and switching function, which enables the rejection of periodical disturbance without any sacrifice of the closed-loop characteristics. Finally, the proposed controllers are applied to visual servo system by introducing the workspace controller and nonlinear perspective transformation. The advantages of these approaches are demonstrated by simulations and experiments using a robot manipulator.

**Key words:** multirate sampling control, disturbance rejection, repetitive control, visual servoing

### 1 はじめに

ディジタル制御系では、Fig.1 に示すように、参照値  $r(t)$  及び出力  $y(t)$  の2つのサンプリング周期  $T_r$  と制御入力  $u(t)$  のホールド周期  $T_u$  が存在し、それぞれの周期を  $T_r, T_y, T_u$  とすると、合計3つの時間周期が混在することになる。一般に制御入力の周期  $T_u$  は、アクチュエータやD/A変換器の速度、もしくはCPUの演算速度により決まり、出力の検出周期  $T_y$  は、センサやA/D変換器の速度により決定される。実際の制御系においては、 $T_u$  と  $T_y$  のどちらか、あるいは両方に制限を持っていることが多い。そこで、従来型のディジタル制御系では、周期  $T_y$  と  $T_u$  の長い方に合わせて、これら3つの周期を等しく構成するのが一般的である。これに対して著者らは、マルチレートサンプリング制御の新しい枠組みを構築し、それをモーションコントロールに適用してきた [1, 2]。

本稿では、ハードウェアの制限により出力のサンプリング周期  $T_y$  が相対的に長い系を仮定して、制御入力をサンプリング周期よりも短い周期で切り替える ( $T_u < T_y$ )、マルチレートサンプリング制御を導入する。一般にD/A変換器がA/D変換器よりも高速であることを考えると、 $T_u < T_y$  となる制御系は非常に多いと想像できる。特に、画像信号のサンプリング周期がジョイントサーボ系の周期に比べて非常に長いロボットの視覚サーボ系や [3]–[6]、サーボ信号がある一定の間隔でしか得ることの出来ない磁気ディスク装置 [7]–[10] や、低精度エンコーダを用いたサーボモータの速度制御系 [11] などは、この好例である。

このようなサンプリング周波数が相対的に低い制御系に対しては、ナイキスト周波数が低いので、ある程度高い周波数領域での外乱抑圧制御は困難となる。一方、著者らは文献 [9] で、1 サンプル点間に  $N$  回制御入力を切り替えるマルチレートサンプリング制御を導入して、定常状態においてサンプル点間に  $M$  回外乱を完全に抑圧する制御法を提案した。本稿では、この手法を、繰り返し外乱抑圧制御 [12] に適用すれば、ナイキスト周波数に近い高次外乱モードをも効果的に抑圧することが可能となることを示す。また、サンプル点間の状態変数を推定するオブザーバとその推定値に基づくマルチレート制御を導入し、ホールドにより生じる大きな位相遅れを改善する手法を提案する。

内部モデル原理に基づくフィードバック型の繰り返し制御系では、内部モデルが閉ループ特性を乱すため、ロバスト安定性を保証するのが困難となる [13]。この問題点を改善するために、本稿では、外乱オブザーバによるオープンループ推定とフィード

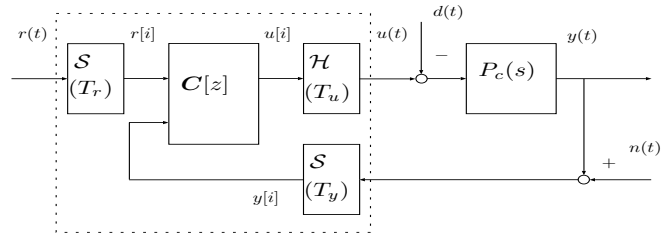


Fig. 1: Digital control system.

フォワード型の外乱抑圧に基づく、新しい制御手法を提案する。さらに、提案手法をロボットの視覚サーボ系に適用し、その有効性を示す。

### 2 マルチレートサンプリング制御を用いた繰り返し制御

本節では、 $T_u < T_y$  なるハードウェアの制限を持つ制御系に対して、マルチレートサンプリング制御を用いて、定常状態において、外乱の影響をサンプル点間に  $M$  回、完全に抑圧する制御法を提案する。

本稿で仮定しているような  $T_y > T_u$  の関係を持つ制御系に対しては、フレーム周期を  $T_f = T_y$  と定義して、制御系を  $T_f$  の周期で記述すれば、制御器の動作を明確にすることができる。さらに、1 サンプル点間で完全外乱抑圧を保証する回数  $M$  の決定法は、本稿では Fig.2 に示すようにサンプリング周期  $T_y$  の間に制御入力を  $N$  回切替えることができるとすると、 $M = N/n$  が整数となるように  $N, M$  を決定するものとする。但し  $n$  は制御対象の次数である。また Fig.2 において、 $\mu_j (j = 1, \dots, N), \nu_k (k = 1, \dots, M)$  は入力切替え及び状態評価のタイミングを表すパラメータであり、式 (1), (2) を満たすものとする。  $T_f$  を等分割する場合には、 $\mu_j = j/N, \nu_k = k/M$  となる。

$$0 = \mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_N = 1 \quad (1)$$

$$0 < \nu_1 < \nu_2 < \dots < \nu_M = 1 \quad (2)$$

なお、本稿では連続時間制御対象  $P_c(s)$  が単入出力系と仮定するが、多入出力系に関しては、文献 [14] と同様な定式化を行えば、以下の手法と並行した議論により容易に拡張できる [1]。

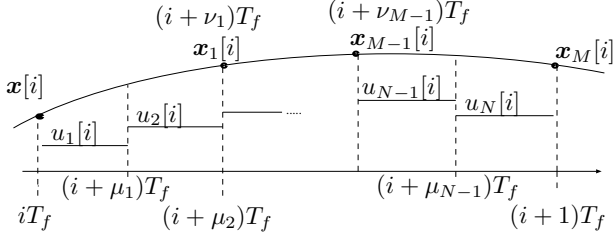


Fig. 2: Multirate Sampling control.

## 2.1 マルチレートサンプリング制御による制御対象の離散化

単入出力  $n$  次の連続時間制御対象

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}_c x(t) + \mathbf{b}_c u(t), \quad y(t) = \mathbf{c}_c x(t) \quad (3)$$

に対して, Fig.2 に示すように出力のサンプリング周期  $T_y (= T_f)$  の間に入力を  $N$  回切換えるマルチレートサンプリング制御を適用することを考える。離散化された制御対象の状態方程式は,  $x[i] = x(iT_f)$  と書くと,

$$x[i+1] = \mathbf{A}x[i] + \mathbf{B}u[i], \quad y[i] = \mathbf{C}x[i] \quad (4)$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{C} & \mathbf{O} \end{array} \right] \triangleq \left[ \begin{array}{c|ccc} e^{\mathbf{A}_c T_f} & \mathbf{b}_1 & \dots & \mathbf{b}_N \\ \hline \mathbf{c}_c & 0 & \dots & 0 \end{array} \right] \quad (5)$$

$$\mathbf{b}_j \triangleq \int_{(1-\mu_j)T_f}^{(1-\mu_{j-1})T_f} e^{\mathbf{A}_c \tau} \mathbf{b}_c d\tau, \quad \mathbf{u} \triangleq [u_1, \dots, u_N]^T \quad (6)$$

として定式化できる。また,  $t = (i + \nu_k)T_f$  におけるサンプル点間の状態  $\hat{x}$  の挙動は次式となる。

$$\hat{x}[i] = \tilde{\mathbf{A}}x[i] + \tilde{\mathbf{B}}u[i] \quad (7)$$

$$\left[ \tilde{\mathbf{A}} \mid \tilde{\mathbf{B}} \right] \triangleq \left[ \begin{array}{c|ccc} \tilde{\mathbf{A}}_1 & \tilde{\mathbf{b}}_{11} & \dots & \tilde{\mathbf{b}}_{1N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{\mathbf{A}}_M & \tilde{\mathbf{b}}_{M1} & \dots & \tilde{\mathbf{b}}_{MN} \end{array} \right] \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_k \triangleq e^{\mathbf{A}_c \nu_k T_f}, \quad \hat{x} \triangleq [x_1^T, \dots, x_M^T]^T \quad (9)$$

$$x_k[i] = x[i + \nu_k] = x((i + \nu_k)T_f) \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_{kj} \triangleq \begin{cases} \mu_j < \nu_k : & \int_{(\nu_k - \mu_j)T_f}^{(\nu_k - \mu_{j-1})T_f} e^{\mathbf{A}_c \tau} \mathbf{b}_c d\tau \\ \mu_{(j-1)} < \nu_k \leq \mu_j : & \int_0^{(\nu_k - \mu_{j-1})T_f} e^{\mathbf{A}_c \tau} \mathbf{b}_c d\tau \\ \nu_k \leq \mu_{(j-1)} : & 0 \end{cases}$$

## 2.2 完全外乱抑圧制御器の設計

制御対象として, 入力端に外乱を加えた次式のモデルを考える。

$$\dot{x}_p(t) = \mathbf{A}_{cp} x_p(t) + \mathbf{b}_{cp}(u(t) - d(t)) \quad (11)$$

$$y(t) = \mathbf{c}_{cp} x_p(t) \quad (12)$$

外乱入力  $d(t)$  のモデルが次式で表せるとする。

$$\dot{x}_d(t) = \mathbf{A}_{cd} x_d(t), \quad d(t) = \mathbf{c}_{cd} x_d(t) \quad (13)$$

例えば, 抑圧したい外乱がステップ状であるなら  $\mathbf{A}_{cd} = 0, \mathbf{c}_{cd} = 1$  とし, 周波数  $\omega_d$  の正弦波状であるなら,

$$\mathbf{A}_{cd} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_d^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_{cd} = [1, 0] \quad (14)$$

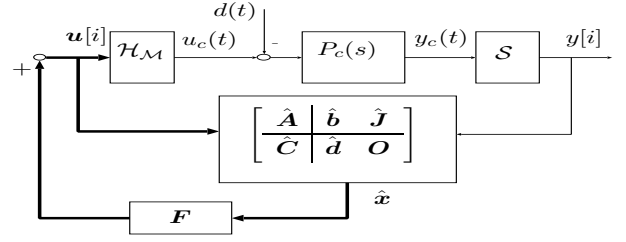


Fig. 3: Multirate control with disturbance observer.

と表す。式 (11), 式 (13) を合わせた連続時間併合系は次式のようにになる。

$$\dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}_c \hat{x}(t) + \mathbf{b}_c u(t) \quad (15)$$

$$y(t) = \mathbf{c}_c \hat{x}(t) \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_c \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{cp} & -\mathbf{b}_{cp} \mathbf{c}_{cd} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{cd} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_c \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{cp} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix}, \quad \hat{x} \triangleq \begin{bmatrix} x_p \\ x_d \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}_c \triangleq [\mathbf{c}_{cp}, \mathbf{0}]$$

式 (15) をマルチレートサンプリング制御を用いて離散化すると,  $t = (i + \nu_k)T_f$  におけるサンプル点間の状態の値  $x[i + \nu_k]$  は式 (7) の第  $k$  列により次式のように計算できる。

$$x[i + \nu_k] = \tilde{\mathbf{A}}_k x[i] + \tilde{\mathbf{B}}_k u[i] \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{pk} & \tilde{\mathbf{A}}_{pdk} \\ \mathbf{O} & \tilde{\mathbf{A}}_{dk} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{pk} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix}$$

ここで, 式 (15) を式 (4) により離散化した制御対象に対して, サンプル点上でのオブザーバをゴピナスの方法等で

$$\hat{v}[i+1] = \hat{\mathbf{A}}\hat{v}[i] + \hat{\mathbf{b}}y[i] + \hat{\mathbf{J}}u[i] \quad (18)$$

$$\hat{x}[i] = \hat{\mathbf{C}}\hat{v}[i] + \hat{\mathbf{d}}y[i] \quad (19)$$

と構成し, Fig.3 に示すように次式のフィードバック制御則を施す。

$$u[i] = u_p[i] + u_d[i] = \mathbf{F}_p \hat{x}_p[i] + \mathbf{F}_d \hat{x}_d[i] = \mathbf{F} \hat{x}[i] \quad (20)$$

但し,  $\mathbf{F} \triangleq [\mathbf{F}_p, \mathbf{F}_d]$  である。

ここで,  $e_v$  をオブザーバの状態推定誤差  $e_v = \hat{v} - v$  とすると,  $\hat{x}[i] = x[i] + \hat{\mathbf{C}}e_v[i]$  と表せるので, 式 (17) から式 (20) により, 閉ループ系は次式のように表現される。

$$\begin{bmatrix} x_p[i + \nu_k] \\ x_d[i + \nu_k] \\ e_v[i + 1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_{pk} + \tilde{\mathbf{B}}_{pk} \mathbf{F}_p & \tilde{\mathbf{A}}_{pdk} + \tilde{\mathbf{B}}_{pk} \mathbf{F}_d & \tilde{\mathbf{B}}_{pk} \mathbf{F} \hat{\mathbf{C}} \\ \mathbf{O} & \tilde{\mathbf{A}}_{dk} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \hat{\mathbf{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p[i] \\ x_d[i] \\ e_v[i] \end{bmatrix} \quad (21)$$

ここで,  $\tilde{\mathbf{B}}_{pk}$  は行フルランクとなるので [14, 15], すべての  $k = 1, \dots, M$  において上式の (1,2) 成分が零となるように, すなわち

$$\tilde{\mathbf{A}}_{pdk} + \tilde{\mathbf{B}}_{pk} \mathbf{F}_d = \mathbf{O} \quad (22)$$

となるように,  $\mathbf{F}_d$  を決定することができる [1, 9]。具体的には, 上式をすべての  $k = 1, \dots, M$  において連立すると,

$$\tilde{\mathbf{A}}_{pd} + \tilde{\mathbf{B}}_p \mathbf{F}_d = \mathbf{O} \quad (23)$$

$$\left[ \tilde{\mathbf{A}}_{pd} \mid \tilde{\mathbf{B}}_p \right] \triangleq \left[ \begin{array}{c|c} \tilde{\mathbf{A}}_{pd1} & \tilde{\mathbf{B}}_{p1} \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{A}}_{pdM} & \tilde{\mathbf{B}}_{pM} \end{array} \right] \quad (24)$$

を得るので、 $F_d$  は次式となる<sup>1</sup>。

$$F_d = -\tilde{B}_p^{-1} \tilde{A}_{pd} \quad (25)$$

このとき、サンプル点間の  $t = (i + \nu_k)T_f$  において  $x_d[0]$  によって発生する持続的な外乱  $x_d[i]$  から、制御対象の状態  $x_p[i + \nu_k]$  への影響を零にすることが出来る。また、サンプル点上での  $x_p[i], e_v[i]$  は  $\tilde{A}_{pM} + \tilde{B}_{pM}F_p$  と  $\hat{A}$  の固有値（レギュレータとオブザーバの極）で決定される速度で零に収束するので、定常状態では  $x_p[i + \nu_k] = 0$  となり、完全外乱抑圧が達成される。

式 (18) を式 (20) に代入することにより、出力フィードバック型の補償器が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} \hat{v}[i+1] \\ u[i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} + \hat{J}F\hat{C} & \hat{b} + \hat{J}F\hat{d} \\ F\hat{C} & F\hat{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}[i] \\ y[i] \end{bmatrix} \quad (26)$$

本稿では  $M = N/n$  と定義して、外乱  $x_d$  から制御対象の状態  $x_p$  への影響を、1 サンプル点間に  $M$  回零にすることを考えた。さらに文献 [16] では、整数  $M$  を  $N/n$  以上に選ぶことにより、 $x_p$  の評価点を増加させ、サンプル点間における外乱抑圧特性を全体的に最小化する手法を提案している。

### 2.3 サンプル点間オブザーバによる $F_p$ の設計

マルチレートサンプリング制御により離散化された制御対象式 (4) は多入力単出力 (MISO) 系であるので、フィードバックゲイン  $F_p$  は  $\tilde{A}_{pM} + \tilde{B}_{pM}F_p$  の極配置により一意に決定することはできない。この冗長性を解消する最も単純な方法は、状態フィードバックによる制御入力  $u_p[i]$  を次式に示されるようにサンプル点間で一定に保つことが考えられる。

$$u_p[i] = \begin{bmatrix} u_{p1}[i] \\ \vdots \\ u_{pN}[i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_y \\ \vdots \\ f_y \end{bmatrix} \hat{x}_p[i] \quad (27)$$

但し、 $f_y$  はサンプリング周期  $T_y$  で設計された状態フィードバックゲインである。

しかしながらこの手法では、制御周期  $T_u$  が長いサンプリング周期  $T_y$  に固定されるので、大きな位相遅れが発生するという問題がある。そこで本節では、サンプル点間の状態変数を推定するオブザーバを構成し、それに基づいて制御を行う手法を提案する。このオブザーバを用いて、状態フィードバックゲイン  $F_p$  を設計する。式 (19) のサンプル点上オブザーバの推定値から、サンプル点間の状態変数の推定値を次式により得ることができる<sup>2</sup>。

$$\hat{x}_p[i] = \tilde{A}_p \hat{x}_p[i] + \tilde{B}_p u[i] \quad (28)$$

ここで、 $\tilde{A}_p, \tilde{B}_p$  は式 (7) により計算される。サンプル点間ではプラントの出力を検出できないので、本手法ではサンプル点間の状態変数をモデルを用いてオープンループ的に推定している。その推定誤差の収束は、式 (18) のサンプル点上オブザーバにより保証される。

このサンプル点間での推定値を利用し、式 (20) の状態フィードバック入力  $u_p[i]$  を次式により決定する。

$$u_p[i] = \begin{bmatrix} u_{p1}[i] \\ \vdots \\ u_{pN}[i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u & \mathbf{O} \\ & \ddots \\ \mathbf{O} & f_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_p[i] \\ \vdots \\ \hat{x}_p[i + \mu N - 1] \end{bmatrix} \quad (29)$$

ここに  $f_u$  は、制御周期  $T_u$  で計算した状態フィードバックゲインである。上式を改めて  $u_p[i] = F_u \hat{x}_p[i]$  とおき、式 (28) の  $\hat{x}_p[i]$

<sup>1</sup>  $\tilde{B}_p$  の正則性は [14, 15] で証明されている。

<sup>2</sup> 式 (28) において  $\hat{\cdot}$  と  $\tilde{\cdot}$  は、それぞれ推定値とサンプル点間の変数であることを表す。

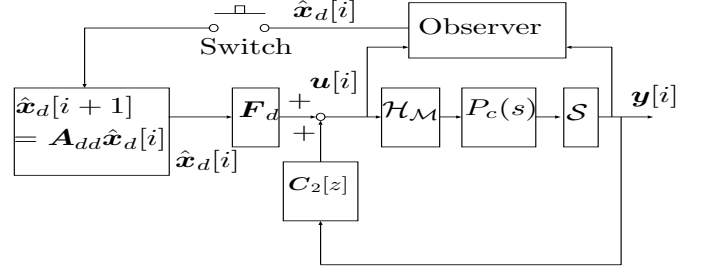


Fig. 4: Feedforward repetitive control.

を代入し、整理すると次式の制御則が得られる。

$$u_p[i] = (I - F_u \tilde{B}_p)^{-1} F_u \tilde{A}_p \hat{x}_p[i] \quad (30)$$

従って、状態フィードバックゲイン  $F_p$  は次式で得られる。

$$F_p = (I - F_u \tilde{B}_p)^{-1} F_u \tilde{A}_p \quad (31)$$

本手法では、零次ホールドにより生じる大きな位相遅れを補償することができるので、第 3.2 節の例で示されるように安定余裕を大きく向上させることができる。この方法は、低精度エンコーダによるサーボモータの速度制御系に対して提案された瞬時速度オブザーバ [11] やハードディスクのヘッド位置決め制御に対するマルチレート推定法 [7, 8] と本質的に等価であるが、提案法は以下のような利点がある。まず第一に、サンプル点間オブザーバをオンラインで動作させるのではなく、その機構をフィードバックゲイン式 (31) の設計にまで落とし込んでおいて、 $F_p$  をオフラインで計算することができ、その結果オンライン処理の計算量を減少させることができる。第二に、提案手法は一般的な理論として展開しているため、アプリケーションを限定しているわけではなく、応用分野が広い。第三に、線形時不変系の制御対象だけではなく、むだ時間を有する系に対しても拡張ができており、ことが挙げられる [1, 17]。

### 2.4 繰り返し外乱抑圧制御系の設計

本節では、第 2.2 節の手法を周期的な繰り返し外乱の抑圧制御系に適用する。まず最初に、内部モデル原理に基づくフィードバック型の制御器を設計し、その制御器をオープンループ推定とフィードフォワード型の外乱抑圧制御器に変形する。

周期  $T_0 (\triangleq 2\pi/\omega_0)$  ごとに繰り返し入力される外乱は、そのフーリエ級数展開を考えることにより、次式のようにモデル化される。

$$d(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t \quad (32)$$

上式を式 (13) の外乱モデルとすると、前節の手法により、内部モデルを持つフィードバック型の繰り返し外乱抑圧制御器を設計することができる。

しかしながら、前述したように、内部モデル原理に基づくフィードバック型の繰り返し制御系では、内部モデルが閉ループ特性を乱すため、ロバスト安定性を保証するのが困難となる [13]。この問題点を改善するために、本節では、Fig.4 に示すようなオープンループ推定とフィードフォワード型の外乱抑圧に基づく、新しい制御手法を提案する。

まず、オブザーバがオープンループ推定を行うことにより、周期外乱の各周波数成分の振幅と位相情報に相当する外乱モデルの状態変数  $x_d[i]$  の推定を行う。この推定が定常状態に収束したときに、 $t = t_0$  において、スイッチが ON 状態になり、推定値  $\hat{x}_d[t_0]$  を伝え、即座に OFF となる。この初期値  $\hat{x}_d[t_0]$  を用い

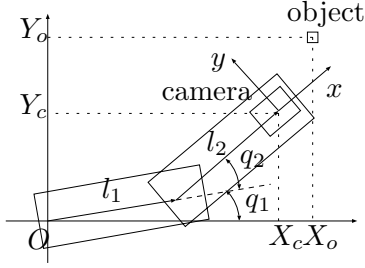


Fig. 5: Two-link DD robot with camera.

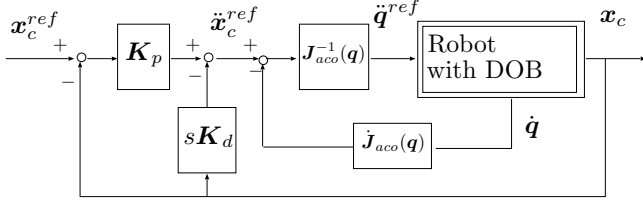


Fig. 6: Workspace Controller (Inner-loop).

て、周期外乱は次式により計算することができる。

$$\hat{x}_d[i+1] = A_{dd}\hat{x}_d[i] \quad (33)$$

但し、 $A_{dd} = e^{A_{cd}T_f}$  である。ここで、式 (25) により計算されたフィードフォワードゲイン  $F_d$  を用いれば、この外乱の影響は定常状態において、1 サンプル点間に  $M$  回、完全に抑圧されることになる。この手法を用いれば、フィードバック補償器  $C_2[z]$  は内部モデルを持つ必要がなくなるので、フィードバック特性を乱す問題が起こらず、良好なフィードバック特性が保証できる。

### 3 ビジュアルサーボ系への適用

本節では、Fig.5 に示すように、ロボットハンドの先端に取り付けられたカメラにより撮像された画像情報に基づき、目標物体にトラッキングすることを考える。ここで、画像のサンプリング周期は通常 33 [ms] 以上とジョイントサーボ系の制御周期に比べて非常に長いので、提案手法は適用可能であるといえる。

本実験では、ビジュアルサーボ系が長いむだ時間を持っていることや、マルチレート制御が可能であるという動特性上の問題に注力し、静特性である運動学上では比較的シンプルな問題を取り扱っている。すなわち、物体の運動は 2 次元平面に限定し 2 軸ロボットを使用する。また、カメラから物体までの距離  $z$  は一定あるいは既知としている。

実験装置は、ジョイントサーボ系、ビジュアルサーボ系及び画像処理演算を全て同一 PC (CPU: Celeron 400MHz) で行い、RT-Linux によりマルチタスク処理を実現した。使用したロボットのリンク長は  $l_1 = 35.9$  [cm],  $l_2 = 24.0$  [cm] であり、カメラの画像解像度は  $100 \times 100$  [pixel] と設定した。

#### 3.1 制御対象のモデル化

まず、インナーloopとなるジョイントサーボ系はカメラの位置を制御するために Fig.6 に示す作業空間上の位置制御系を構成する [18]。この制御系は、関節空間にロバスタな外乱オブザーバを適用しているため、各軸は非干渉化される。従って、ヤコビ行列  $J_{aco}$  が正則な領域では、外乱オブザーバの帯域より低い周波数領域において、作業空間の加速度指令値  $\ddot{x}_c^{ref}$  から位置  $x_c (= [X_c, Y_c]^T)$  までの伝達特性は、理想的な 2 重積分系とみなすことができる。ここで、 $x_c^{ref}$  をアウターloopであるビジュアルサーボ系の制御入力  $u$  と考えると、インナーloopのサンプリング周期は画像サンプリングと比べて非常に短いので (本実

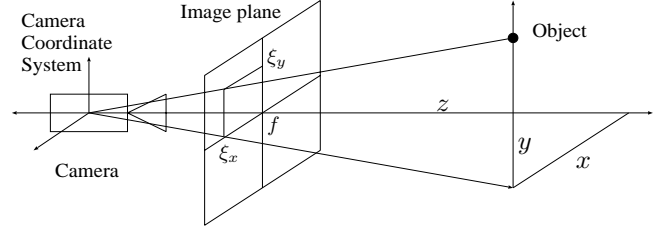


Fig. 7: Perspective model

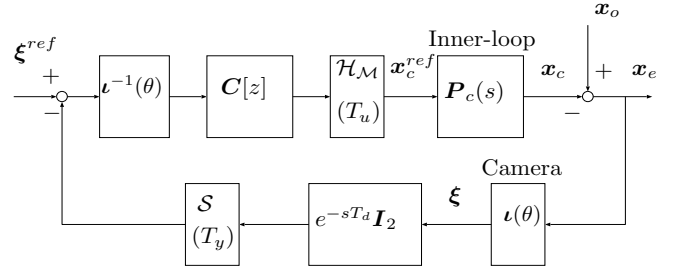


Fig. 8: Visual servo system.

験では 1 [ms] とした)、アナログ系と近似でき制御対象は次式のように定式化できる。

$$x_c(s) = P_c(s)u(s), \quad P_c(s) \triangleq \frac{K_p}{s^2 + K_{ds} + K_p} I_2 \quad (34)$$

但し、Fig.5 の  $K_p, K_d$  は、それぞれ成分  $K_p = 100, K_d = 20$  の対角行列とした。

次にカメラの撮像モデルを導出する。Fig.6 において、カメラ座標系における物体の位置  $(x, y)$  は、カメラ位置  $x_c$  と物体位置  $x_o$  の相対的な位置関係だけにより決定されることが分かる。さらに Fig.7 に示すように、この  $(x, y)$  が画像平面上の特徴点  $\xi$  へ写像されることを考えると、次式のモデルを得る。

$$\xi = \frac{f}{z} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{f}{z} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_o - X_c \\ Y_o - Y_c \end{bmatrix} \quad (35)$$

但し、 $f$  はカメラの焦点距離、 $z$  は物体からカメラまでの  $Z$  軸方向の距離であり、 $\theta \triangleq q_1 + q_2$  である。上式を改めて  $\xi = \iota(\theta)(x_o - x_c) = \iota(\theta)x_e$  と書くことにする。

提案する制御系を Fig.8 に示す。本稿では、カメラを物体の真下に位置決めすることを考え、目標特徴量  $\xi^{ref}$  を零とする。物体の運動は出力端の外乱  $x_o$  とみなすことができ、提案手法により効果的に抑圧されるので、精度よくトラッキングすることができる。但し、 $x_e$  を式 (11) の制御対象の状態変数と取ることにする。また、式 (35) の逆変換  $\iota^{-1}(\theta)$  を使用することにより、Fig.8 の制御系は対角化と線形化がなされ、 $x$  及び  $y$  軸に対して、独立に制御系を構成することができる。画像情報のサンプリング周期  $T_y$  は 100 [ms] とし、ロボットの位置指令値  $x_c^{ref}$  の制御周期  $T_u$  は 25 [ms] とした。すなわち、入力多重度  $N$  は 4 となる。

また、 $T_d$  は特徴量検出等の画像検出に必要なむだ時間であり、本実験装置では 1 サンプルタイムであった ( $T_d = T_y$ )。このむだ時間は制御特性を大きく劣化させるので、本研究では、Fig.4 のオブザーバを全次元オブザーバとすることにより、1 サンプル先の状態量を予測し、このむだ時間を補償した。さらに提案する完全外乱抑圧制御法は、サンプリング周期の非整数倍のより一般的なむだ時間に対しても適用が可能である [17]。

Table 1: stability margin. ( $f_{nyq} = 5.0[\text{Hz}]$ )

Closed-loop poles $f_{cl}$ [Hz]	1.0	1.0	2.0	2.0
Input multiplicity $N$	4	1	4	1
Gain margin [dB]	10.9	10.9	5.02	4.47
180 deg cross-over [Hz]	1.13	1.14	1.46	1.47
Phase margin [deg]	59.4	59.4	38.7	35.5
0 dB cross-over [Hz]	0.37	0.38	0.83	0.89

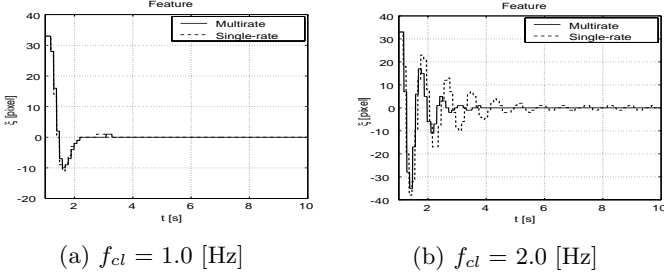


Fig. 9: Multirate vs. Single-rate (experiment).

### 3.2 サンプル点間オブザーバの適用結果

まず最初に、第 2.3 節で提案したサンプル点間オブザーバの効果を確認するために、静止物体に対する位置決めを行う。このとき、式 (13) の外乱モデルはステップ関数  $\frac{1}{s}$  とし、1 型のサーボ系を構成した。

Table.1 に、第 2.2 節及び第 2.3 節で設計した制御器により得られたフィードバック系の安定余裕を示す。閉ループ系の極は  $\exp(-2\pi f_{cl} T_y)$  に設定した。Table.1 より  $f_{cl}$  が 1[Hz] のときは、シングルレート系 ( $N = 1$ ) もマルチレート系 ( $N = 4$ ) も大きな違いがないことが分かる。しかしながら、ナイキスト周波数  $f_{nyq} = 5[\text{Hz}]$  に対して  $f_{cl}$  を 2[Hz] と高帯域化させると、マルチレート系はシングルレート系に比べて安定余裕を改善できることが明らかとなった。

Fig.9 に、実機実験により得られた画像特徴量の時間応答を示す。 $f_{cl}$  が 1[Hz] のときは、シングルレート系とマルチレート系の大きな相違は見られず、良好に零に収束し、位置決め成功していることが分かる。しかしながら、 $f_{cl}$  を 2[Hz] と高帯域化するとシングルレート系では安定余裕が失われ、モデル化誤差の影響により大きく振動的になっていることが分かる。これに対して提案するマルチレート制御器では、多少振動的になっているものの、シングルレート制御器よりも良好な過渡応答が得られた。この結果から、提案するサンプル点間オブザーバとマルチレート制御により安定余裕が改善され、フィードバック系を高帯域化できることが明らかとなった。

### 3.3 繰り返し外乱抑圧制御の適用結果

次に物体が周期的な運動をすると仮定し、第 2.4 節で提案した繰り返し外乱の抑圧制御法を適用する。物体の運動の基本周期を  $T_0 = 0.5[\text{s}]$  とし、式 (32) において  $k = 1, 3, 5$  次の外乱モードをモデル化した。

Fig.3 のフィードバック (FB) 型制御系及び Fig.4 のフィードフォワード (FF) 型制御系の感度関数・補感度関数を Fig.10 に示す。図 (a) から、FB 型の繰り返し外乱抑圧制御器は、内部モデルにより、閉ループ特性が大きく乱れていることが確認できる。これに対して、2 自由度構成を取っている FF 型の繰り返し制御器では、周期的外乱抑圧制御器とは独立なフィードバック制御器  $C_2[z]$  のみによって、閉ループ特性が決定されるので、図 (b) に示すように良好な閉ループ特性を保存することができる。

Fig.11 に、物体が周期 0.5[s] の円運動をしたときの位置誤差

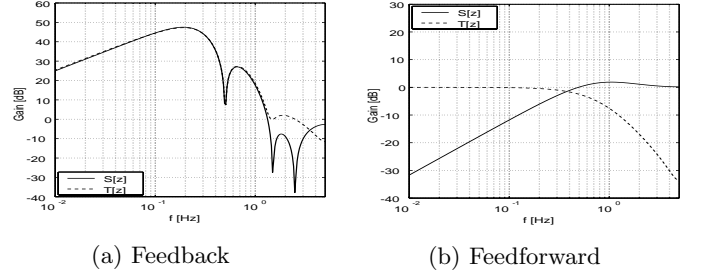


Fig. 10: Frequency responses ( $S[z]$  and  $T[z]$ ).

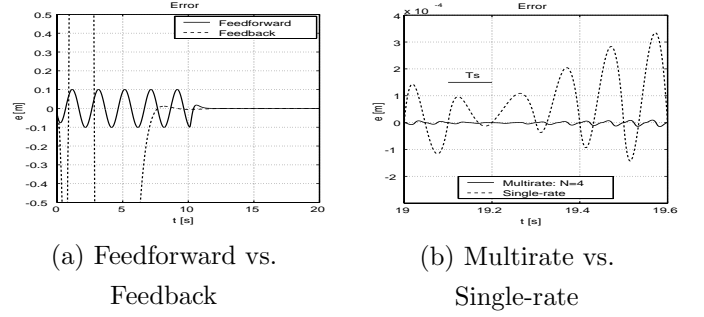


Fig. 11: Position Error  $X_o - X_c$  (simulation).

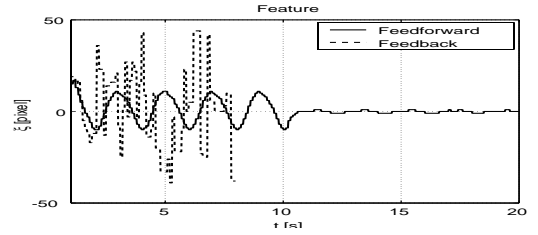


Fig. 12: Feedforward vs. Feedback (experiment).

$X_o - X_c$  のシミュレーション結果を示す。図 (a) より、FB 型の制御器は閉ループ特性の劣化により、大きな過渡応答を生じているが、FF 型の制御器では  $t_0 = 10[\text{s}]$  から外乱抑圧を開始すると、素早く収束していることが分かる。また図 (b) の定常応答において、シングルレート制御系ではサンプル点間に大きな誤差を生じているが、提案するマルチレート制御系では、サンプル点間に  $M(= 2)$  回、追従位置誤差及び速度誤差が完全に抑圧されており、サンプル点間の誤差も非常に小さいことが分かる。

Fig.12, 13 に実験結果を示す<sup>3</sup>。Fig.12 において、FB 型の制御器は応答が不安定になっていることが分かる。その理由は、Fig.11(a) に示されている大きな過渡応答がロボットの可動範囲を超えているためである。実際には、安全のために  $t = 8[\text{s}]$  において実験を中止せざるを得なかった。これに対して FF 型の制御器では、 $t_0 = 10[\text{s}]$  以降、速やかに追従しており、その過渡応答も良好である。さらに定常応答時において、マルチレート系とシングルレート系を比較した結果を Fig.13 に示す。図 (a) から、提案手法は外乱モデルに基づきサンプル点間で外乱を抑圧するように制御を行っているため、従来手法よりも画像平面上における追従誤差が非常に小さいことが分かる。また図 (b) に示すように提案するマルチレート制御器は、きめ細かな制御入力を生成

<sup>3</sup> サンプル点間応答の比較を行うため Fig.13 の実験に限っては、制御に使用するサンプリング周期を  $T_y = 400[\text{ms}]$  と設定し、画像特徴量を 100[ms] で検出し表示した。それ以外の実験は、サンプル点上の応答でも比較が可能であるので、シミュレーションと同様、 $T_y = 100[\text{ms}]$  とした。

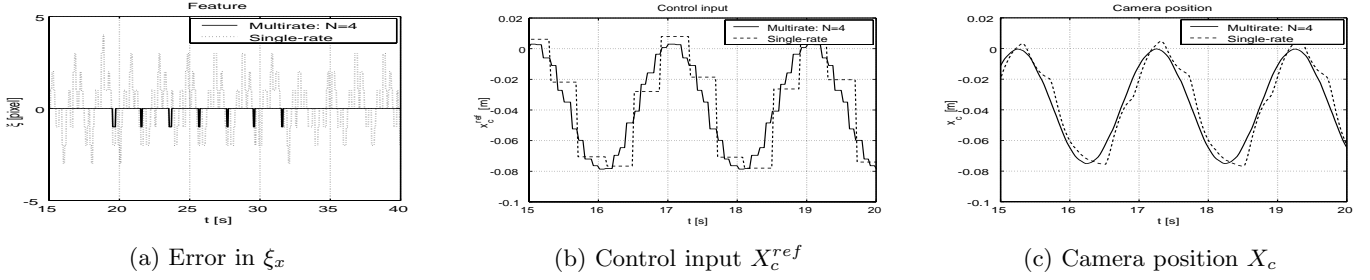


Fig. 13: Multirate vs. Single-rate (experiment,  $T_y = 400$  [ms],  $N = 4$ ).

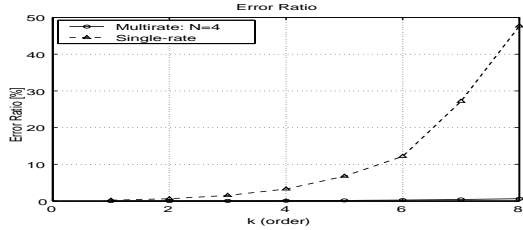


Fig. 14: Error ratio  $E_R(k)$ .

しており、その結果、図 (c) のカメラ位置の応答が非常に滑らかになっている。

Fig.14 に、より高次の外乱 (物体の運動) を考慮に入れたときの、外乱の次数に対する誤差率の計算結果を示す。ここで、誤差率  $E_R(k)$  とは正弦波状の外乱  $X_o(t)$  に対する位置誤差の大きさを表し、サンプル点間応答も考慮に入れ次式のように定義した。

$$E_R^2(k) \triangleq \frac{\int_{t_s}^{t_s+kT_0} (X_o(t) - X_c(t))^2 dt}{\int_{t_s}^{t_s+kT_0} X_o^2(t) dt} \quad (36)$$

ここで、 $t_s$  を十分に大きく選び定常応答のみを評価した。Fig.14 より、シングルレート制御器に比べて、ナイキスト周波数 ( $k = 10$  次に相当) に近い高次のモードにおいても、提案手法は大きな外乱抑圧特性を持っていることが分かる。従って、高い周波数成分を持つ物体の運動に対して、より効果を発揮できることが分かる。

## 4 結論

本稿では、 $T_u < T_y$  なるハードウェアの制限を持つデジタル制御系を仮定し、ナイキスト周波数に近い高次の繰り返し外乱をも効果的に抑圧することができる、新しいマルチレート制御器を提案した。次に、サンプル点間オブザーバとマルチレート制御器によりホールドの位相遅れを補償する制御法を提案した。さらに、提案手法をロボットのビジュアルサーボ系に適用して、シミュレーション及び実機実験によりその有効性を示した。本研究では、ビジュアルサーボ系がマルチレート制御が可能であるという側面に焦点を当てたが、また一方で 2 次元の画像情報からロボットの 3 次元運動を構成することも重要な問題である。提案手法の 6 自由度マニピュレータへの適用は、稿を改めて報告したい。

## 参考文献

[1] H. Fujimoto: “General Framework of Multirate Sampling Control and Applications to Motion Control Systems”, PhD thesis, The University of Tokyo (2000).  
 [2] 藤本, 堀: “デジタルモーションコントロールの新展開”, 電気学会産業応用部門全国大会シンポジウム, 第 1 巻, pp. 67–72 (2001).

[3] K. Hashimoto and H. Kimura: “Visual servoing with nonlinear observer”, IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp. 484–489 (1995).  
 [4] M. Nemani, T. C. Tsao and S. Hutchinson: “Multi-rate analysis and design of visual feedback digital servo-control system”, ASME, J. Dynam. Syst., Measur., and Contr., **116**, pp. 44–55 (1994).  
 [5] J. T. Feodma and O. R. Mitchell: “Vision guided servoing with feature-based trajectory generation”, IEEE Trans. Robotics and Automation, **5**, 5, pp. 691–700 (1989).  
 [6] H. Fujimoto and Y. Hori: “Visual servoing based on multirate sampling control”, IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, pp. 711–716 (2001).  
 [7] W.-W. Chiang: “Multirate state-space digital controller for sector servo systems”, Conf. Decision Contr., pp. 1902–1907 (1990).  
 [8] T. Hara and M. Tomizuka: “Performance enhancement of multi-rate controller for hard disk drives”, IEEE Trans. Magnetics, **35**, 2, pp. 898–903 (1999).  
 [9] H. Fujimoto, Y. Hori, T. Yamaguchi and S. Nakagawa: “Proposal of perfect tracking and perfect disturbance rejection control by multirate sampling and applications to hard disk drive control”, Conf. Decision Contr., pp. 5277–5282 (1999).  
 [10] 藤本, 堀, 山口, 中川: “マルチレートサンプリングを用いた完全従従制御法による磁気ディスク装置のシーク制御”, 電学論 D, **120**, 10, pp. 1157–1164 (2000).  
 [11] Y. Hori, T. Umeno, T. Uchida and Y. Konno: “An instantaneous speed observer for high performance control of dc servomotor using DSP and low precision shaft encoder”, 4th European Conf. on Power Electronics, Vol. 3, pp. 647–652 (1991).  
 [12] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata and M. Nakano: “Repetitive control system – a new-type servo system”, IEEE Trans. Automat. Contr., **33**, pp. 659–668 (1988).  
 [13] C. Kempf, W. Messner, M. Tomizuka and R. Horowitz: “Comparison of four discrete-time repetitive algorithms”, IEEE Contr. Syst. Mag., **13**, 5, pp. 48–54 (1993).  
 [14] 藤本, 河村: “N-delay 制御を用いた新しいデジタル再設計法”, 電学論 D, **117**, 5, pp. 645–654 (1997).  
 [15] M. Araki and T. Hagiwara: “Pole assignment by multirate-data output feedback”, Int. J. Control, **44**, 6, pp. 1661–1673 (1986).  
 [16] H. Fujimoto and Y. Hori: “Vibration suppression and optimal repetitive disturbance rejection control in semi-nyquist frequency region using multirate sampling control”, Conf. Decision Contr., pp. 691–700 (2000).  
 [17] H. Fujimoto and Y. Hori: “Visual servoing based on intersample disturbance rejection by multirate sampling control – time delay compensation and experimental verification –”, Conf. Decision Contr., pp. 334–339 (2001).  
 [18] 村上, 大西: “ロボスタ制御に基づいた多自由度ロボットの安定性および作業空間での非干渉制御に関する一考察”, 電学論 D, **113-D**, 5, pp. 639–646 (1993).