車体速度の実測が不要な電気自動車のための路面最大摩擦係数推定法の提案

古川 公久*, 内田 利之, 堀 洋一(東京大学)

Proposal of Maximum Road Friction Coefficient Estimation without Chassis Velocity Measurement for Electric Vehiclel

Kimihisa Furukawa, Toshiyuki Uchida, Yoichi Hori (The University of Tokyo)

Abstract

The paper deals with an estimation method of the maximum tire-road friction coefficient μ_{max} . Large numbers of conventional estimation methods need the information of chassis velocity measured by a non-slip wheel or an optical sensor. Our proposed method doesn't need such an extra equipment and uses two observable values for Electric Vehicle (EV): motor torque and rotational velocity of a driving wheel. Therefore, our system is capable of wide application and takes moderate cost. In the method, μ gradient is estimated using the disturbance observer firstly, and μ_{max} is estimated finally utilising μ gradient value and 'Yamazaki model' which is one of the tire-road friction models. And the constant trace method is applied for μ gradient estimation and μ_{max} estimation. The advantages of this method are proved by experimental EV "UOT (University of Tokyo) March I".

キーワード:電気自動車, μ - λ 特性, μ 勾配,路面最大摩擦係数,山崎モデル

Keywords: Electric Vehicle, μ - λ Characteristic, μ Gradient, Maximum Road Frictional Coefficient, Ymazaki Model

1. 緒 言

路面の滑り易さは自動車の挙動を左右し,走行中に時々 刻々と変化する路面の状態をドライバに伝えたり,或いは 車両制御に応用したりすることができれば,走行路面が急 に滑り易い路面に変化してもスリップを回避することがで きると考えられる⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。このように,路面の滑り易さを 推定することは重要な課題あり,従来から路面最大摩擦係 数 μ_{\max} 推定法として様々な手法が提案されてきた⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾。 このうち,従来のスリップベースの μ_{\max} 推定法では,推 定に用いるスリップ率 λ を算出するために非駆動輪や非接 触センサによって車体速度を実測する必要があったが,こ うしたセンサを追加することは望ましくない。

そこで本研究では,車体速度の実測が不要な新しい μ_{max} 推定法を提案する。提案する方式は,車体速度の実測が不要な μ 勾配推定器が組み込まれたものである。

提案する μ 勾配推定器は,モータトルクと駆動輪速度の 情報に基づいており,従来の推定器⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾のように λ の情 報を必要としない。この推定器は路面摩擦係数 μ の微分値 と λ の微分値を求める外乱オブザーバ機構と,この機構で 得られた各微分値から μ 勾配を推定する適応同定機構か ら構成されている。そして推定された μ 勾配と駆動力オブ ザーバから得られる摩擦係数 μ をタイヤ・路面間の摩擦モ デルである山崎モデルに当て嵌め,ここでも適応同定機構 により $\mu_{\rm max}$ が推定される。

本論文では,車体速度の実測が不要な µ 勾配推定法と µmax 推定法が順に論じられている。なお,それぞれの推 定法の検証には,東大三月号 I の走行実験データが用いら れ,提案手法の有効性が示されている。

駆動力情報に基づいた路面最大摩擦係数推定の 基本概念と従来手法の問題点

本論文では μ_{\max} 推定を行うための新しい推定システム を提案する。

自動車の運動は路面の滑り易さに大きく影響を受け,特 に急加速時,急制動時においてはタイヤ・路面間に過大な 摩擦力が働き,スリップを起こし易くなる。このような状 況を回避する上で,走行中に路面の滑り易さを推定するシ ステムは重要である。

路面の摩擦特性を表す μ - λ 曲線はタイヤ・路面間に働く 摩擦力 μ とスリップ率 λ で表され,上に凸の非線形曲線で ある (図 1 (a))。 μ - λ 曲線の形状を特徴づける代表的な指 標は,最適スリップ率 λ_{opt} ,路面最大摩擦係数 μ_{max} , μ 勾 配の 3 種類である。図 1 (b) から分かるように μ_{max} が低



図 1 μ - λ 曲線の特徴: (a) μ 勾配, μ_{max} , λ_{opt} の定義, (b) 各種路面状態における代表的な曲線 Fig. 1. Characteristics of μ - λ Curves: (a) Definition of μ Gradient, μ_{max} and λ_{opt} , (b) Typical Curves in Different Road Conditions.

い路面ほど滑りやすいことが一般に言える。このうち路面 の滑りやすさは μ_{\max} の大きさで決定されるので,路面の 滑り易さを推定するとは μ_{\max} を推定することであると言 い換えても良い。

従来の μ_{max} 推定法では摩擦力 μ とスリップ率 λ を用いていたが, λ の算定に車体速度が必要であった。車体速度の計測には,非駆動輪や光学式センサなどが必要となり,実用上問題がある。一方,本論文で提案する手法はスリップ率を用いない手法で,車体速度の実測が不要となるように工夫されている。ここではスリップ率に代わるパラメタとして μ 勾配を使用し,筆者が提案する車体速度の実測が不要な μ 勾配推定器によって推定されている。従って本手法は, μ 勾配推定法とその推定値を用いた μ_{max} 推定法の 2 つから構成されている。

3. 車体速度の実測が不要な µ 勾配推定法

3・1車両と車輪のダイナミクス本節では,車体 速度の実測が不要な μ 勾配推定法を導出するために必要な 車のダイナミクスについて述べる。ただし,ここではモデ ルの簡素化のために車両の横滑りなどの2次元的な運動が 含まれる場合を除外し,単純に前後方向のみの運動を考え る。解析に用いる車両のモデルは最も単純な一輪モデルと する(図2)。一輪モデルの場合,車輪と車両に関する運動 方程式はそれぞれ(1),(2)で表される。但し,車輪の粘性 抵抗や車体の空気抵抗は無視する。但し,Mは車体の質 量, M_w は車輪の慣性(質量換算値),Vは車体速度, V_w は車輪速度, F_m はモータトルク(車輪接地点の力換算値), F_d は駆動力,Nは垂直抗力,rは車輪半径である。

$M_w \frac{\mathrm{d}V_w}{\mathrm{d}t} = F_m - F_d \cdots$	(1)
$M\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = F_d \cdots$	(2)
$F_d(\lambda) = \mu N \cdots \cdots$	(3)

また,スリップ率 λ は駆動輪速度 V_w と車体速度Vの関数 $\mathfrak{C}(4)$ で定義される。



図 2 車両の一輪モデル Fig.2. One Wheel Model.

一方で,路面摩擦係数 µ は (1), (3) から(5) のように求まる。

3・2 従来の μ 勾配推定アルゴリズム μ 勾配は(6) に示すように μ - λ 曲線の勾配として定義されるが, この定 義式を変形して, 摩擦係数 μ の時間微分値とスリップ率 λ の時間微分値の比として表される(7) を用いて μ 勾配を推 定しても良い。

a =	$\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}\lambda}$	 	 	 		 	•	 •	 •		•	(6)
=	$\frac{\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\lambda/\mathrm{d}t}$	 	 	 	 •	 	•	 •			•	(7)

佐渡は(7) に従って, μ 勾配を推定している ⁽⁸⁾。 μ の時間 微分値は, (5) を微分したもので, (8) のように F_m と V_w から計算される。

$$\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{N} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(F_m - M_w \frac{\mathrm{d}V_w}{\mathrm{d}t} \right) \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (8)$$

一方, λ の時間微分値は λ を直接微分して計算するため, 車体速度が必要となる。

3・3 スリップ率微分値の推定アルゴリズム 筆者 は車体速度を用いない μ 勾配推定法を導くため, λ の時間 微分に着目する。ここで,車輪が駆動力を発生している状 況を仮定すると, $V_w \ge V$ であるので(4) に基づいて λ を 消去すると, (9) となる。

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{V_w - V}{V_w} \right)$$

$$= \frac{V}{V_w^2} \frac{dV_w}{dt} - \frac{1}{V_w} \frac{dV}{dt}$$

$$\simeq \frac{1}{V_w} \left(\frac{dV_w}{dt} - \frac{dV}{dt} \right) \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (9)$$

但し,(9)の三行目は $V \simeq V_w$ として近似している。一般的に $\lambda_{opt} \leq 0.2$ であるので,車両がスリップしていない状態ではこの近似が十分成立するものとみなせる。(9)には車体加速度 dV/dtが含まれるので加速度センサを用いることも可能であるが,ここでは電気自動車のモータトルク F_m と駆動輪速度 V_w の情報を有効利用するために,運動方程式(1),(2)と連立させて dV/dtを消去すると,車体速度を用いないスリップ率微分値の算出式(10) が得られる。

$$\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t} \simeq \frac{1}{MV_w} \left\{ (M + M_w) \frac{\mathrm{d}V_w}{\mathrm{d}t} - F_m \right\} \cdots \cdots (10)$$

ここで(10) による推定値とλを直接微分した計算値を比較 するため,実験用電気自動車「東大三月号 I」の実験デー タで検証を試みた。その一例を図 6 に図示する。図 6 から 明らかなように推定値と計算値はよく一致していることが 分かる。



図 3 スリップ率微分値の推定値と計算値 Fig. 3. Estimated and Calculated Time Derivatives of Slip Ratio.

3・4 適応同定法による μ 勾配推定 μ 勾配 a d(7) のように μ の時間微分値と λ の時間微分値の比で求まることを既に述べたが,各微分値は雑音を含んでいるため,実際は逐次型の適応同定法による統計的な処理を行って a を求める必要がある。

式誤差が白色雑音 e であると仮定された(11) に対する逐 次型の適応同定法の一般式は忘却係数 κ_1, κ_2 を用いた漸化 式型のアルゴリズムで与えられ,推定式は(12),(13) で表 される。

$$y[k] = \varphi^{T}[k]\hat{\theta}[k] + e[k] \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (11)$$
$$\hat{\theta}[k] = \hat{\theta}[k-1] + \frac{P[k-1]\varphi[k]}{\kappa_{2} + \varphi^{T}[k]P[k-1]\varphi[k]}$$
$$(y[k] - \varphi^{T}[k]\hat{\theta}[k-1]) \cdots \cdots \cdots \cdots (12)$$
$$P[k] = \frac{1}{\kappa_{1}} \left(P[k-1] - \frac{P[k-1]\varphi[k]\varphi^{T}[k]P[k-1]}{\kappa_{2} + \varphi^{T}[k]P[k-1]\varphi[k]} \right)$$
$$\cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (13)$$

ここで,逐次最小二乗法では忘却係数を,(14)のように 設定する。

一方,固定トレース法では、トレースゲインを(15)のよう に固定する⁽⁹⁾。

これにより,忘却係数は(16)に示すように可変となる。

特に, 一次元推定の固定トレース法では, 忘却係数 κ は(17) で与えられる。

即ち,逐次最小二乗法による推定では入力 φ の大小に関わらず(14)のように忘却係数は一定である。一方で,固定トレース法では入力 φ の大小に応じて(17)のように忘却係数は可変となり, φ が大きいリッチネスを満たす信号の場合には短い時定数で推定値を更新し,リッチネスを満たさない信号の場合には過去の推定値を保持するというアルゴリズムとなる。この結果,固定忘却係数の逐次最小二乗法に比べ固定トレース法は収束性が格段に優れたものとなる。

さて, μ 勾配の基本式(7) をそのまま適応同定の入出力関 係式(11) の各パラメタに対応付けると(18) のようになる。 しかし, μ が小さい値では d μ /dt, d λ /dt の S/N が悪化す る傾向にあるため, この場合は μ が大きい領域での値を保 持するようにすると,推定値が安定すると考えられる。筆 者は,この問題を解決するために(19) のように φ , y に重 み係数 μ^{α} を施して固定トレース法の特性を活用すること を提案する。

$$\varphi = \frac{d\lambda}{dt}, \quad y = \frac{d\mu}{dt}, \quad \hat{\theta} = a \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (18)$$
$$\varphi = \mu^{\alpha} \frac{d\lambda}{dt}, \quad y = \mu^{\alpha} \frac{d\mu}{dt}, \quad \hat{\theta} = a \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (19)$$

では,以上の提案手法について検証を行う。まず, μ 勾配 推定結果について論じる前に,この検証で用いる走行デー タから空転と粘着の時間変化を調べる。まず, μ - λ のデータ をプロットしたものを図4に示す。このプロットの形状を の図1で示した μ - λ 曲線の特徴と比較すると, $\mu_{max} = 0.9$, $\lambda_{opt} = 0.1$ であることが読み取れる。この λ_{opt} をスリップ 率 λ のグラフ図5に重ねて表すと,時刻0.7–3.4 s および 5.6 s 以降で粘着していることが分かる。従って,逐次的に 推定した結果に於いて,粘着している区間で μ 勾が $a \ge 0$, 空転している区間では $a \le 0$ となっていれば,その推定が 正しいことが分かる。

図6は3種類の方法によるµ勾配aの推定結果である。 これらを比較すると逐次最小二乗法と重み付けをしてない 固定トレース法は同程度の推定結果で,特に粘着している 区間での推定値が振動的となっている。これはµおよび入



図 4 実験データから求めた μ - λ プロット Fig. 4. Derived μ - λ Plot from Exprimental Datas.

のS/Nが悪化しているためであると考えられる。一方で重 み付けを行って,固定トレース法で推定した結果は,空転 区間では $a \ge 0$,粘着区間では $a \le 0$ で安定した推定が実 現されていることが分かる。



図 5 実験データから求めた路面摩擦係数 μ とス リップ率 λ

Fig. 5. Derived Frictional Coefficient μ and Slip Ratio λ from Experimental Datas.



図 6 推定した µ 勾配 (RLS: 逐次最小二乗法, CT: 固定トレース法)

Fig. 6. Estimated μ Gradient (RLS: Recursive Least Square Method, CT: Constant Trace Method).

4. 山崎モデルに基づいた路面最大摩擦係数推定法

4・1 山崎モデルの特長とスリップ率を用いた従来の推定法 本項では山崎モデルを利用して路面最大摩擦係数を推定する手段について論じる。これは,タイヤのトレッド要素がプラシの様に変形すると仮定して物理的に導出された μ-λ 特性モデルで,(20)のように表される⁽¹⁰⁾。

但し, C_s は μ - λ 曲線の $\lambda = 0$ 付近の μ 勾配で, ドライビ ングスティフネスと呼ばれ,

で定義される値である。

(20) は粘着領域における特性を表したものである。 μ - λ 特性の理論モデルは他にも存在するが,他のモデルと異なるのは山崎モデルは(20)の中に μ_{\max} をパラメタとして陽に含んでいることである。即ち,山崎モデルは, μ が μ_{\max} に到達する前の情報から μ_{\max} を推定することが可能であることを示唆している。また,(20)は高々3次の数式であり,リアルタイムで推定計算を行う上で有利である。

佐渡らはこの特徴に着目して μ_{\max} の推定を試みている ⁽⁴⁾。この手法では,(20) を μ_{\max} の2次式として展開し, μ_{\max} について解いた(22) を用いて推定を行っている。

$$\mu_{\max} = \frac{3(C_s\lambda)^2 + \sqrt{3(C_s\lambda)^3(4\mu - C_s\lambda)}}{18(C_s\lambda - \mu)} \cdots (22)$$

(22) より, 摩擦係数 μ , スリップ率 λ の 2 変数から最大摩 擦係数 μ_{\max} を推定できることが分かる。このとき,適応 同定における観測方程式と逐次推定式は μ 勾配推定法で示 した (11)–(13) と同様で,入力値,観測値,推定値を以下 のように設定している。なお,この研究例では C_s はタイヤ 特性で決まる値であるとして,定数で考えている。

この手法の問題点は,

スリップ率を用いるため,車体速度の実測が必要となる。
 *C_s*の同定が必要である。

前者は1節で述べた通りである。後者については,*C*_sは トレッドの接地面積の大きさに影響を受けるため,垂直抗 力,タイヤの空気圧と摩耗度,或いはタイヤ・路面間の水 膜の状態が変化すると*C*_sも変動するため,*C*_sを一定と考 えることはできず,リアルタイムで推定する必要がある。

4・2 μ 勾配推定値を利用した推定法 4・1 で論 じた従来の μ_{max} 推定法の問題点を解決するために,本項 では μ 勾配推定値を利用した路面最大摩擦係数推定法を提 案する。提案する推定器のブロック図を図 7 に示す。



Fig. 7. Block Diagram of Maximum Road Frictional Coefficient Estimator

(22)は, μ_{\max} を μ と λ の関数で表したものであるが, 筆者は λ を μ 勾配で置き換えることを試みる。

まず, μ 勾配についての関係式を求めるために,山崎モ デルの基本式(20)を λ で微分すると,(24)のようにスリッ プ率 λ に関する2次式となる。

従って, (20), (24) から λ を消去してまとめると(25) を導 くことができる。これを μ_{\max} について解くことも考えら れるが, C_s は時間と共に変動するパラメタで, C_s を含む 項と含まない項で分離しておきたいということから(25) の 形式で推定を行う。即ち, $\mu \in a^{\frac{3}{2}}$ に関する一次方程式と 考えて,零次の係数である μ_{\max} を求めるこが目標である。

$$\mu = -\frac{\mu_{\max}}{C_s^{\frac{3}{2}}} a^{\frac{3}{2}} + \mu_{\max} \quad (a \ge 0) \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (25)$$

これを,適応同定法の観測方程式(11)に対応させると, (26)となる。

但し, μ 勾配推定の場合と同様の理由で, μ が小さい値での推定値を安定化させるため, φ と y には重み係数 μ^{β} を乗じている。

以上の提案手法を検証するためにアスファルト路から湿 潤路に路面が急変した場合の走行データを用いて,従来手 法との比較を行う。検証に用いたスリップ率 λ のデータを 図 8,本論文で既に提案した車体速度を用いずに推定した μ 勾配のデータを図 9, 固定トレース法による路面最大摩 擦係数 μ_{max} の推定結果を図 10 に示す。

従来手法は(23) に基づいて推定したもので、ドライビ ングスティフネスは $C_s = 13$ で固定している。提案手法



図 8 実験データから求めたスリップ率 λ

Fig. 8. Derived Slip Ratio λ from Experimental Datas.



図 9 実験データから推定された *µ* 勾配

Fig. 9. Estimated μ Gradient from Experimental Datas.

は(26) に基づいて推定しており,重み係数を $\beta = 0.0, 4.0$ としている。重み係数 $\beta = 0.0$ の提案手法と従来手法を比 較すると,従来手法では 2.2 s における路面変化のおよそ 0.3 s 後に μ_{\max} 推定値が垂下しているが,提案手法では 0.1 s 後に垂下しており,路面変化の検出がより高速であ ることが分かる。しかし, 0.0–1.2 s では路面はアスファル トのままであるにも拘わらず, μ_{\max} 推定値が大きく変動 している。これは μ が小さい領域において推定された μ 勾 配が振動的になっているためである(図 9)。一方,入出力 値に重み係数を乗じた $\beta = 4.0$ の提案手法では $\beta = 0.0$ の 場合よりも推定が遅くなっているものの, μ の値が小さい 領域での不安定性の問題が回避されており,比較的良好に μ_{\max} が推定されていることが分かる。





Fig. 10. Estimated Results of μ_{max} .

5. 結 言

本論文では車体速度の実測が不要な路面最大摩擦係数推 定法について提案した。この手法の最大の特長はスリップ 率の代わりに車体速度を用いずに推定した µ 勾配値を µmax 推定に利用していることである。

まず µ 勾配推定法では,スリップ率の微分値が駆動力と 駆動輪速度から推定できることに着目し車体速度を不要な ものとした。実測した車体速度から求めたスリップ率の微 分値を用いる従来手法と提案手法を比較したところ推定精 度は同等であることが確認された。また,推定に用いる適 応手法としては逐次最小二乗法と固定トレース法を比較し た。その結果,µの重み係数を乗じない場合の固定トレース 法の推定結果は逐次最小二乗法と同程度の性能であったが, 重み付けを行って固定トレース法で推定した結果では外乱 変動に対してロバストで収束特性が良いことが分かった。

続いて最大摩擦係数 μ_{max} 推定法ではタイヤ・路面間の 摩擦モデルである山崎モデルを基軸とし、そのモデルを μ と μ 勾配の関係になるように式変形を行うことで、スリッ プ率(車体速度)を用いない μ_{max} 推定法の基本式を導い た。 μ_{max} の推定においても μ の重み付けを行うことで外 乱変動に対してロバストに推定できることが示された。

今後は,外乱変動に対し更にロバストで且つ推定時間が 高速となるように今回の提案手法を改良し,電気自動車を 用いて提案手法の有効性を検証して行く予定である。

文 献

- (1) M. Sugai, H. Yamaguchi, M. Miyashita, T. Umeno and K. Asano, "New Control Technique for Maximizing Breaking Force on Antilock Breaking System," in *Proc. of AVEC '98*, pp.649-654, 1998.
- (2) Yuzo Imoto, Naohiko Tsuru, Makoto Imaeda, Takashi Watanabe and Shoichi Masaki "High-Efficiency Brake Pressure Controls in ABS," in *Proc. of AVEC '98*, pp.655-660, 1998.
- (3) 片岡 寛暁, 佐渡 秀夫, 坂井 真一郎, 堀 洋一, "ファジィ推論を用いた 電気自動車用トラクションコントロールシステムのための最適スリッ プ率推定器,"電気学会論文誌 D, Vol.120-D, No.4, pp.581-586, 2000.
- (4) 佐渡 秀夫,坂井 真一郎,堀洋一,"駆動力オブザーバを用いた電気 自動車の路面動摩擦係数推定の実験的検討,"平成11年電気学会産 業応用部門全国大会,Vol.2, pp.87-90, 1999.
- (5) Bert Breuer, Ulrich Eichhorn and Jürgen Roth, "Prediction and Monitoring of Tyre/Road Friction," in *Proc. of XXIV FISITA Congress*, London, GB, 2, pp.67-74, 1992.
- (6) Steffen Müller, Michael Uchanski and Karl hedrick, "Estimation of the Maximum Tire-Road Friction Coefficient," ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 125, DECEMBER, pp. 607-617, 2003.
- (7) F. Gustafsson, "Slip-based Tire-Road Friction Estimation," IFAC Automatica, Vol.33, No.6, pp.1087-1099, 1997.
- (8) Hideo Sado, Shin-ichirou Sakai and Youichi Hori, "Road Condition Estimation for Traction Control in Electric Vehicle," in *Proc. of the 1999 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Bled. Slovenia, 99TH8465,Vol.2, pp.973-978, 1999.
- (9) 鈴木隆,新中新二,田中幹也: "一般化適応則の証明と固定トレース アルゴリズムの諸性質,"計測自動制御学会論文集, Vol.18, No,11, pp.1074-1079, 1982.
- (10) 山崎 俊一, "走行中のタイヤと路面間の摩擦係数推定技術," 自動車 技術, Vol. 51, No. 11, pp.58-62, 1997.