

# PID制御のみによる2慣性系の制御

正員 堀 洋一 (東京大)

## Control of 2-Inertia System only by a PID Controller

Yoichi Hori, Member (University of Tokyo)

キーワード：サーボ系，2慣性共振系，振動抑制，外乱抑圧，PID制御，ロバスト制御

### 1. まえがき

圧延機など軸ねじれ振動系の最も簡単なモデルである2慣性系の制振制御法<sup>(1)</sup>として，筆者は先に，外乱オブザーバによる共振比制御とPI速度制御器を用いる方法を提案した<sup>(3)</sup>が，速度の不完全微分を用いるためノイズに弱く制御周期もかなり短くする必要があった．今回，速度制御器をPID制御とする<sup>(4)</sup>ことで，外乱オブザーバを用いることなく良好な性能が得られることを示す．

### 2. 2慣性系モデル

2慣性系モデルを図1に示す．制御入力はモータトルク $T_M$ である．またモータ速度 $\omega_M$ のみが観測可能である．

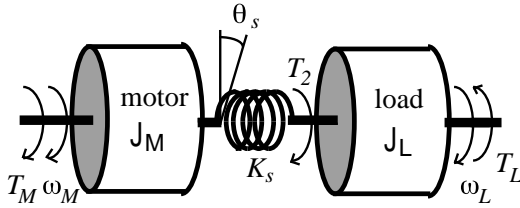


図1 2慣性系モデル

Fig.1 2-inertia system model.

本稿では2慣性系モデルのパラメータを，

$$J_M + J_L = 1 \quad (1)$$

$$K_s = 1 \quad (2)$$

とする．即ち，バネ係数 $K_s$ とモータと負荷の慣性モーメントの総和を一定とし，配分比を変えたシステムを考察する．

### 3. 2慣性系の伝達関数表現

図2はモータトルク $T_M$ からの伝達特性を示したものである．共振周波数 $\omega_r$ および反共振周波数 $\omega_a$ は，

$$\omega_r = \sqrt{K_s \left( \frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right)} \quad (3)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{K_s}{J_L}} \quad (4)$$

で与えられ，これらの周波数で位相特性も大きく変化する．

### 4. 真鍋多項式による閉ループ特性の設計

制御対象の慣性比を $R=J_L/J_M$ とし，パラメータ $q$ を，

$$q = 1/1+R < 1 \quad (5)$$

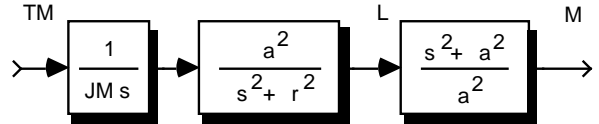


図2 2慣性系の伝達関数表現

Fig.2 Transfer function description of 2-inertia system.

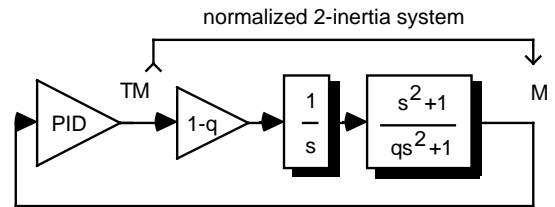


図3 PID速度制御器と閉ループ特性

Fig.3 PID speed controller and the closed loop characteristics.

で定義し， $\omega_a$ と $J_L$ に関して正規化すると図3が得られる．PID制御器を $K_p+K_i/s+K_d s$ とおくと，系の特性多項式は，

$$\begin{aligned} P(s) &= s^2(1+qs^2) + (K_D s^2 + K_P s + K_I)(1-q)(1+s^2) \\ &= \{q+K_D(1-q)\}s^4 + K_P(1-q)s^3 \\ &\quad + \{1+K_D(1-q) + K_I(1-q)\}s^2 \\ &\quad + K_P(1-q)s + K_I(1-q) \\ &= a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \end{aligned} \quad (6)$$

となる．これが真鍋多項式<sup>(2)</sup>になる条件は，

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} = \frac{K_P(1-q)}{K_I(1-q)} = \frac{K_P}{K_I} \quad (7)$$

$$\gamma_1 = \frac{a_1^2}{a_2 a_0} = \frac{\{K_P(1-q)\}^2}{\{1+K_D(1-q)+K_I(1-q)\} K_I(1-q)} = 2.5 \quad (8)$$

$$\gamma_2 = \frac{a_2^2}{a_3 a_1} = \frac{\{1+K_D(1-q)+K_I(1-q)\}^2}{\{K_P(1-q)\}^2} = 2 \quad (9)$$

$$\gamma_3 = \frac{a_3^2}{a_4 a_2} = \frac{\{K_P(1-q)\}^2}{\{q+K_D(1-q)\} \{1+K_D(1-q)+K_I(1-q)\}} = 2 \quad (10)$$

である．これを解き正規化をもとに戻すと， $q$ をパラメータとして，等価時定数 $\tau$ および制御器の各定数が<sup>(11)~(14)</sup>式のように求まる．

$$\tau = \frac{5\sqrt{2}}{2} \frac{1}{\omega_a} \quad (11), \quad K_P = \frac{10\sqrt{2}}{11} J_L \omega_a \quad (12)$$

$$K_I = \frac{4}{11} J_L \omega_a^2 \quad (13), \quad K_D = \frac{5-16q}{11(1-q)} J_L \quad (14)$$

これらは一見すると文献(3)で導いた結果とよく似ているが、文献(3)では $q$ は共振比制御によって設定できる変数であるのに対し、本稿ではもとの2慣性系固有の固定パラメータである点が異なる。比例・積分ゲインは $q$ によらないが、(14)式の微分項は $q$ の関数になる。また、 $q > 5/16$ 、即ち  $R < 11/5 = 2.2$  の場合には  $K_D < 0$  となり、加速度の正帰還が効果があることを示している。

### 5. 設計例とシミュレーション

図4にシミュレーションブロック図を、各伝達特性のポード線図とシミュレーション結果を図5と図6に示す。2慣性系の定数に10-20%程度の誤差があり、バックラッシュ(0.05Nm)やトルクリミット(+/-1.2Nm)を加えている。速度制御器は2自由度PIDとして目標値応答のオーバーシュートを低減している。閉ループ特性は変わらない。

目標値応答の周波数特性は共振・反共振周波数付近を含めてきわめてなめらかであり、良好な振動抑制と外乱抑圧特性を示すことがわかる。また、 $R$ が極端に小さい図6の場合、閉ループ特性の高周波ゲインが大きくなり、モデル誤差に対するロバスト性が悪くなっている。

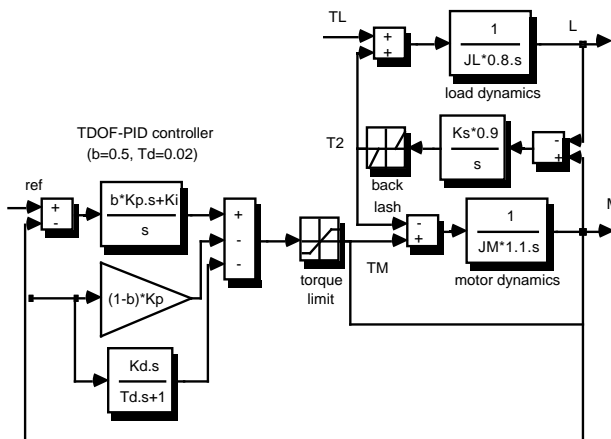


図4 シミュレーションブロック図  
Fig.4 Block diagram used in the simulation.

### 6. あとがき

PID速度制御器のみによる2慣性系の1制御法を提案し、その有効性を示した。文献(3)で提案した共振比制御とPI速度制御器による手法に比べて、シミュレーション上の性能面では劣るが、制御器が簡便なことから実用性に優れた手法であると考える。(平成6年10月11日受付)

### 文 献

- (1) 松井・堀, "モータコントロールの新しい技術", 電気学会論文誌, Vol. 113-D, No.10, pp.1122-1137, 1993
- (2) 真鍋, "古典制御, 最適制御, H 制御の統一的理解", 計測と制御, Vol. 30, No.10, pp.941-946, 1991
- (3) 堀, "共振比制御と真鍋多項式による2慣性系の制御", 電学産業計測制御研究会, IIC-94-14, 1994
- (4) 堀, "PID制御のみによる2慣性系の制御", 平成6年電気学会全国大会, No.670, 1994

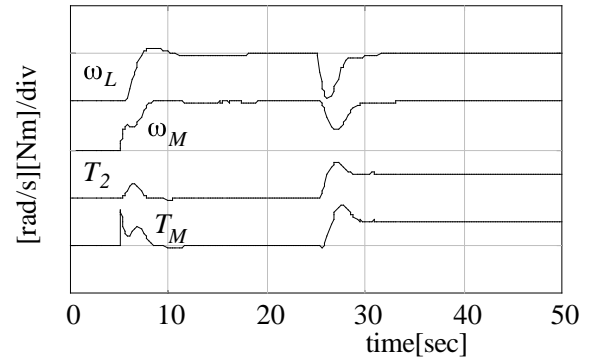
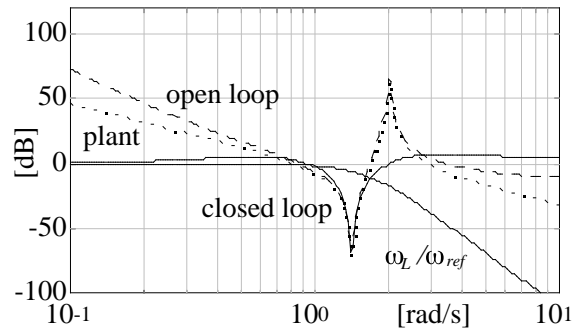


図5 R=1の場合のシミュレーション結果  
Fig.5 Simulation results when R=1.

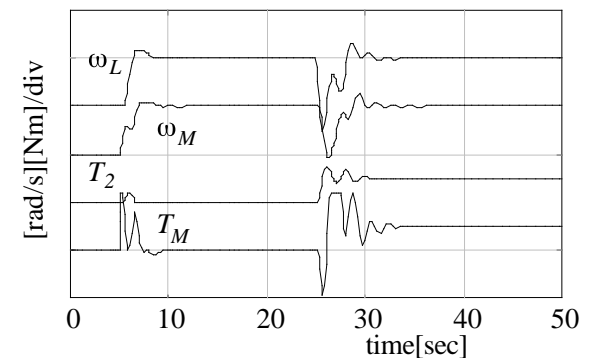
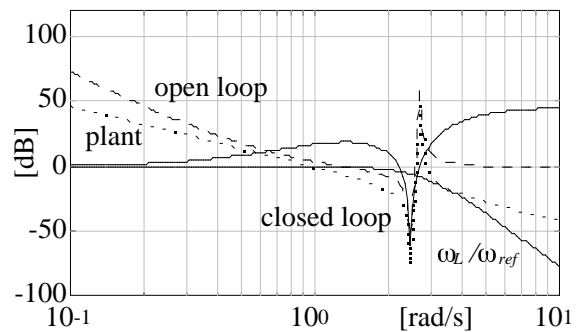


図6 R=0.2の場合のシミュレーション結果  
Fig.6 Simulation results when R=0.2.

堀 洋一 (正員) 1978年東京大学工学部電気工学科卒業, 1983年博士課程修了。助手, 講師を経て1988年より同電気工学科助教授。制御工学とその産業応用の研究に従事。計測自動制御学会, 日本ロボット学会, 日本機械学会などの会員。