

磁悬浮系统 PI 状态反馈控制器设计

李练兵 许镇琳 杨 鹏* 王赞明*

(天津大学 自动化及能源工程学院 天津 300072)

摘要 首先对磁悬浮控制系统的数学模型进行分析, 经过合理的线性化, 建立了系统的状态空间模型, 在此基础上进行了 PI 状态反馈控制器的设计. 对控制器数字仿真的结果表明, PI 状态反馈设计方法能够得到动态性能优良、稳态无差的控制器, 并且悬浮位置输出可直接由参考输入端给定.

关键词 磁悬浮, 线性化, 状态空间模型, 状态反馈, 仿真
中图分类号 TP273

0 引言

磁悬浮以其无摩擦、无磨损的优点正在受到各个方面的重视, 但是刚度小、抗扰动能力差的缺点阻碍了磁悬浮在实际中的广泛应用. 对于磁悬浮系统, PID 算法虽然能够完成控制, 但其参数整定困难, 难以得到理想的控制性能, 因此有必要对磁悬浮系统进行分析, 建立数学模型, 通过状态反馈的方法对系统极点进行配置, 以得到期望的控制性能. 一些文章讨论了基于闭环极点配置的线性增益状态反馈控制方法, 但在需要准确定位的悬浮控制中, 这种线性增益状态反馈控制存在稳态误差, 不能满足要求, 因而需要增加误差积分环节, 实现 PI 状态反馈控制.

1 系统简介

1.1 系统组成

本文采用的磁悬浮模拟实验装置由电磁铁、光源、位置传感器、电流驱动器、微控制器和被控浮体—铁球等部件组成, 系统示意图如图 1.

1.2 系统工作原理

在磁悬浮系统中, 由于电磁铁与铁球间的电磁力大小与它们之间距离的平方成反比, 浮体的悬浮是一种不稳定平衡, 因此必须实现闭环控制. 这里采用位置传感器检测浮体的位置, 由微控制器通过一定控制算法得到控制量, 控制电流驱动器的功率输出, 以调节电磁铁电流大小, 即调节电磁力, 使其与浮体的重量相平衡, 从而使铁球稳定悬浮.

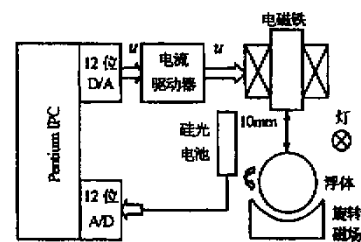


图 1 磁悬浮控制系统构成

2 磁悬浮装置的数学模型

2.1 浮体的运动方程

设电磁铁端部到浮体质心 (这里是铁球中心) 的距离为 x , 方向向下为正; 电磁力为 F ; 浮体质量为 m ; 外部扰动力为 F_d . 由牛顿第二定律得浮体的运动方程:

天津市自然科学基金资助项目 (983602411)

*河北工业大学

收稿日期: 1999-01-10 李练兵 男 1972 年生 讲师

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - F(i, x) + F_d(t) \quad (1)$$

2.2 电磁力模型

根据法拉弟电磁力公式得电磁铁对浮体的作用力可以近似写为

$$F(i, x) = \frac{\mu_0 A N^2}{4} \left(\frac{i}{x}\right)^2 = k \left(\frac{i}{x}\right)^2 \quad (2)$$

式中 F 表示电磁吸力, A 表示磁极面积, N 表示电磁铁线圈匝数, i 表示电磁铁绕组中的电流, x 表示磁极表面与球顶即等效平面 S 的间隙, μ_0 为空气导磁系数 ($4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$).

2.3 电磁铁绕组中电流与电压的关系

由电磁感应定律得到

$$u(t) = Ri(t) + \frac{d\Psi(i, x)}{dt} = Ri(t) + \frac{d}{dt}[L(i, x)i(t)] \quad (3)$$

绕组中的瞬时电感 $L(i, x)$ 为

$$L(i, x) = \frac{N\Phi_T}{i(t)} = \frac{\mu_0 N^2 A}{x(t)} \quad (\Phi_T \text{ 是铁心磁通}) \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (3) 式得

$$u(t) = Ri(t) + \frac{\mu_0 A N^2}{x(t)} i(t) - \frac{\mu_0 A N^2 i(t)}{x^2(t)} \dot{x}(t) \quad (5)$$

2.4 系统模型线性化处理

对式 (2) 在平衡点 (i_0, x_0) 处作泰勒级数展开, 并忽略高阶项得

$$F(i, x) = F(i_0, x_0) + k_{i_0}(i - i_0) + k_{x_0}(x - x_0) \quad (6)$$

式中 $F(i_0, x_0)$ 是当浮体与磁极气隙为 x_0 , 平衡电流为 i_0 时电磁铁对浮体的电磁力, 它与浮体所受的重力相平衡, 即 $F(i_0, x_0) = mg$; k_{i_0} , k_{x_0} 分别为

$$k_{i_0} = F_i(i_0, x_0) = \frac{\mu_0 A N^2}{2x_0^3} i_0, \quad k_{x_0} = F_x(i_0, x_0) = -\frac{\mu_0 A N^2}{2x_0^3} i_0^2 \quad (7)$$

将式 (6)、式 (7) 代入式 (1) 得

$$m\ddot{x} = mg - F(i_0, x_0) - k_{i_0}(i - i_0) - k_{x_0}(x - x_0) + F_d(t) = -k_{i_0}(i - i_0) - k_{x_0}(x - x_0) + F_d(t) \quad (8)$$

由式 (5) 得,

$$u(t) - u(i_0) = \Delta u(t) = R\Delta i + L_0 \Delta \dot{i} - L_x \Delta \dot{x}, \quad L_0 = \frac{\mu_0 A N^2}{2x_0}, \quad L_x = \frac{\mu_0 A N^2}{2x_0^3} i_0 \quad (9)$$

由式 (8)、(9) 可以画出磁悬浮装置的开环系统结构图如图 2 所示.

2.5 磁悬浮装置状态方程的建立

磁悬浮控制的性能指标应包含悬浮位置 x 和浮体运动的加速度 \ddot{x} , 同时也可以考虑把浮体运动速度 \dot{x} 作为关注的一个状态, 于是可以选取状态变量

$$x = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T = (\Delta x \ \Delta \dot{x} \ \Delta \ddot{x})^T \quad (10)$$

其中 $x_1 = \Delta x = x - x_0$, $x_2 = \Delta \dot{x} = \dot{x}$, $x_3 = \Delta \ddot{x} = \ddot{x}$.

输出量可以是 Δx , 即 $y = [\Delta x]$.

下面建立状态方程. 由式 (8) 得

$$\dot{x}_3 = \Delta \ddot{x} = \ddot{x} = \frac{1}{m} [-k_{i_0} \Delta i - k_{x_0} \Delta \dot{x} + \dot{F}_d(t)] \quad (11)$$

将式 (9) 代入上式, 再将式 (8) 代入上式消去 Δi 得

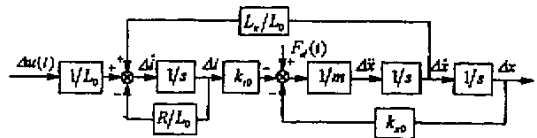


图 2 磁悬浮系统方框图

则增广系统的开环状态方程变为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -y_r \end{bmatrix}, \quad y = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (16)$$

为任意配置极点, 选择如下状态反馈规律

$$u = [K \ K_e] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中 $K = [k_0 \ k_1 \ k_2]$, $K_e = [k_3]$.

由式 (16) 和式 (17) 得到闭环系统状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BK & BK_e \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -y_r \end{bmatrix}, \quad y = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (18)$$

代入平衡点 ($x_0 = 6.08 \text{ mm}$) 处系统参数, 闭环特征多项式 $f(\lambda)$ 为

$$f(\lambda) = \det[\lambda I - (A+BK)]$$

期望特征多项式为 $f^*(\lambda) = (\lambda+15)(\lambda+110+j110)(\lambda+110-j110)(\lambda+200)$, 令 $f(\lambda)$ 与 $f^*(\lambda)$ 对应项相等, 解方程得

$$k_0 = 13267.5, \quad k_1 = 158.2, \quad k_2 = 0.6703, \quad k_3 = 1.542 \times 10^5$$

即

$$K = [13267.5 \ 158.2 \ 0.6703], \quad K_e = [1.542 \times 10^5]$$

4 结论

用 Matlab 5.1 中的 Simulink 对系统进行仿真, 控制效果仿真曲线如图 4 所示.

对 PI 状态反馈控制器的数字仿真表明, 这种控制器使磁悬浮系统具有良好的暂态性能, 调节时间约为 0.35s, 没有超调, 稳态误差为 0. 与线性增益状态反馈控制器相比, 由于误差积分器的引入, 输出能准确地跟随给定值, 能够保证磁悬浮系统稳定、准确控制的要求.

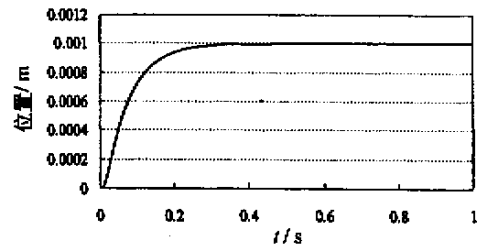


图4 PI反馈控制器位置响应曲线

参考文献

- 1 Peng Yang. Electromagnetic field calculation for a magnetic suspension system in high-speed rotation, CEFC'98 Tucson, Arizona, June 1-3, 1998
- 2 杨泉林. 磁悬浮实验列车模型的解耦控制系统. 自动化学报, 1989, 15 (1)
- 3 刘锋, 龙志强, 尹力明. 磁悬浮列车系统的鲁棒控制分析. 机电传动, 1996, (5)
- 4 龙志强, 余龙华, 常文森. 磁悬浮隔振系统的行为与分析. 国防科技大学学报, 1994, 16 (3)

The Design of PI States Feedback Controller for Magnetic Suspension System

Li Lianbing Xu Zhenlin Yang Peng Wang Zanning

Abstract The device for magnetic suspension is analyzed, and the accurate math model of the device is set up. By linearizing, the author deduces the state equation of the magnetic suspension system from the math model. On the base of system model, this paper design the PI states feedback controller. The simulation of this controller proved that the PI states feedback control has nice dynamic and static performance. The static states error is zero, and the position of suspended body can be set by the reference input.

Keywords Magnetic suspension, Linearizing, States equation, States feedback control, Simulation