観測雑音を考慮した HDD の新しいヘッド位置推定手法の提案

中村 則仁*, 堀洋一(東京大学)

A Novel Estimation Method of Head Position of HDD considering Measurement Noise Norihito Nakamura^{*}, Yoichi Hori (The University of Tokyo)

Abstract

In the production process of Hard Disk Drive (HDD), there is a process of writing servo signals on magnetic disks to move the head to target address. However, conventional servo track writer takes longer time to draw servo signals because of recent increase of the capacity of HDD. Therefore, Self Servo Track Writer method has already been suggested to resolve these problems.

However, it is difficult to realize SSTW because of measurement noise. In this paper, we design a new feedforward input considering measurement noise. Furthermore, simulation results are shown to verify its performance.

キーワード:磁気ディスク装置、Self Servo Track Writer、フィードフォワードコントロール (Hard Disk Drive, Self Servo Track Writer, Feedforward Control)

1. はじめに

磁気ディスク装置はコンピュータの外部記録装置として 広く使われ,また最近ではHDDレコーダなどのコンシュー マエレクトロニクスでも広く用いられるようになっている。 このような要求から,磁気ディスクの記憶容量も急速に増 えてきている。それに伴い,サーボトラック書き込み時間の 増大によるコスト増が問題とされるようになってきた。そ こで,従来のPush-Pin方式のServo Track Writer に代え て数多くの手法が提案されている。本論文では,磁気ディ スク本来に備わっている読み込み,書き込み機能を使って サーボトラックを書き込む手法として提案されているSelf Servo Track Writer(SSTW)について論じる。しかし,そ の手法には1)高周波数領域における補感度関数のゲインが 0以上である,2)磁気ディスク特有の各種外乱が存在して いる,3)観測している信号が限られている,という3つの 問題があり,完全な実現には至っていない⁽¹⁾。

現在の実現へ向けた問題点は,フィードフォワード入力 を作成する際に誤差がのってしまっているという点である。 これは位置誤差信号を観測する際の観測雑音が原因であっ た⁽²⁾。よって本論文では,この観測雑音を考慮したうえで の新しいフィードフォワード入力の提案をし,それをシミュ レーションによって検証することを目的とする。

2. Self Servo Track Writer の定式化と問題点の整理

2・1 Self Servo Track Writer の説明およびパラ メータの設定 SSTW の原理は先ほど述べたように,磁 気ディスク装置本来に備わっている読み込み機能ですでに 書かれたサーボトラックへ追従し,その時に書き込みヘッ ドで次のサーボトラックを書き込む。よって,何らかの方 法で1周目だけ書かれていれば,これを繰り返していくこ とでサーボトラックを得ることができる手法である。

SSTW を論じるうえでの設定を説明する。まず SSTW の ブロック線図を図 1 に示す。入力がすでに書かれたサーボ



Fig. 1. Block diagram of SSTW(1)

トラックであり,出力が新しく書かれるサーボトラックに 相当している。よって,n周のトラックを書く場合はこのブ ロック線図をn回繰り返して通過することになる。また本 論文では,使用した記号を表1のように定義した。これよ り,入力から出力までの伝達関数を求めると式(1)になる。

$$\Delta y_{n+1} = \frac{CP}{1+CP} \Delta y_n + \frac{CP}{1+CP} \xi_{n+1} + \frac{P}{1+CP} d_{n+1} + \frac{1}{1+CP} SPM_{n+1} \cdots (1)$$

 Δy_{n+1} が真値からの誤差であり,これがサーボトラックの 発散につながってしまっていた。これは図2のように,前 周で生じた誤差 Δy_n を打ち消すようなフィードフォワード 入力を作成することによって発散を抑えることができる。 しかし現在,式 (2)のように作成したフィードフォワード 入力に観測雑音が含まれてしまうことが問題となっている。

$$u_{FFn+1}(=\hat{\Delta}y_n) = -\sum_{m=2}^n e_m[k] + \sum_{m=2}^n \xi_m \cdots \cdots (2)$$

書かれたサーボトラックへ,この (の項がどのような影響を与えるのかを示す。観測雑音を無視しない場合の n 周 目における出力,位置誤差信号および次周で用いるフィー ドフォワード入力は以下のようになる。

$$y_{n+1} = \frac{P}{1+CP}d_n + \frac{1}{1+CP}SPM_n + \frac{CP}{1+CP}\Sigma_{k=1}^n\xi_k$$

表1 使用した記号の定義

Table 1. Definition of symbols

$y_{R,n+1}$	n+1 周目を書いているときの
	読み込みヘッドの絶対位置
$y_{W,n+1}$	n+1 周目を書いているときの
	書き込みヘッドの絶対位置
$y_{r,n}$	n 周目の理想のサーボトラック
$y_{r,n+1}$	n+1 周目の理想のサーボトラック
y_n	すでに書かれた n 周目のサーボトラック
$(=y_{W,n})$	
Δy_n	n 周目における真円からの誤差
Δy_{n+1}	n+1 周目における真円からの誤差
ξ_{n+1}	n+1 周目における観測雑音
d_{n+1}	n+1 周目におけるトルク外乱
SPM_{n+1}	n+1 周目における





すなわち n+1 周目の入力と *u_{FFn+1}* の差は以下のように なる。

$$y_n(=ref) - y_{FFn+1} = \sum_{m=2}^n \xi_m \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (4)$$

この右辺が発散の原因であった。よって,本論文では観測 雑音を考慮したうえでのフィードフォワード入力の設計を 提案する。

2・2 シミュレーションの方法 本論文ではシミュ レーションのモデルとしてフォロイングモードの電気学会 HDD ベンチマークソフトを用いた。SSTW のシミュレー ションを再現方法を簡単に説明する。まず1周目の書き込 みに相当するシミュレーションとして,Reference に0(誤差 ないトラックが1周だけすでに書かれていると仮定し,こ れを0周とカウントする)を代入してシミュレーションを 動かす。そして2周目では,1周目の出力のデータをReference として入力する。3周目でも同様に,2周目の出力 をReference に代入する。これを繰返し行うことによって シミュレーションを再現している。



図 3 図 2 を書き換えた SSTW のブロック線図 Fig. 3. Block diagram of SSTW (changed from Fig.2)

3. 観測雑音を考慮したフィードフォワード入力の設計 3・1 カルマンフィルタを用いる場合 n周目の位置 誤差信号 (= e_n) は, ノイズがのっていない真値の n 周目 の位置誤差信号の値を PES_{real} とすると次のような式で表 すことが出来る。

このノイズは白色雑音であるので,カルマンフィルタによっ てノイズの部分を取り除くことができれば真値に近い位置 誤差信号が得られる。フィードフォワード入力は式(2)の ように位置誤差信号を足し合わせたものであるので,カル マンフィルタでノイズを削除した位置誤差信号を用いれば 正確なフィードフォワード入力が作成できると考えられる。

図2を書き換え,フィードフォワード入力を入力とし,位 置誤差信号 (PES)を出力としたプロック線図を書くと図3 のようになる。ここではまず各周において正確にヘッド位 置推定が行われ,前周のトラック(図3では Δyn)は0で あると仮定する。また外乱を無視した場合,フィードフォ ワード入力を入力として位置誤差信号を出力とした場合の 伝達関数は以下のような式で表される。

$$Y(=e_{n+1}) = -\frac{CP}{1+CP}u_{FFn+1} \quad (6)$$

式(6)を変換すると以下のような式(7)で表される。

ここで *C* は設計したコントローラのため既知であり,そして *P*(プラントモデル)にはノミナルモデルを用いて以下のような離散時間の状態空間表現にする。

$$x(t+1) = A_{kal} \cdot x(t) + B_{kal} \cdot u(t) + w(t) \cdot \dots \cdot (8)$$

$$Y(t) = C_{kal} \cdot x(t) + D_{kal} \cdot u(t) + v(t) \cdot \dots \cdot (9)$$

ただし,ここで離散時間のサンプリングタイムを T_s とし, 図 3 のとき入力は $u(t) = -u_{FFn+1}$,出力は $Y(t) = e_{n+1}$ としている。また式 (9) における v(t) が,図 3 における白 色雑音 ξ_{n+1} となっている。なお,ここでは推定結果は省略 するが,真値に近い推定結果を示すことができていた。

シミュレーションの結果を示す。図4および図5が従来 のフィードフォワード入力を加えた場合の出力および PES の 3σ の推移であり,図6および図7がカルマンフィルタ



の出力の 3σ の PES の 3σ Fig. 6. 3σ of output with Fig. 7. 3σ of PES with kalman filter kalman filter

を適用した場合の出力および PES の 3 の推移である。以 上の結果より,カルマンフィルタにより観測雑音を取り除 いたほうがよい結果を出すことができている。しかし,カ ルマンフィルタはあくまでも確率的に白色雑音を取り除く 手法であり完全な推定を行えていないため,わずかずつで はあるが発散をしてしまっている。

3・2 α というパラメータを導入した場合 次に α というパラメータを導入する手法を提案する。先ほど述べたように式 (4)の右辺の項が 0 になれば発散は抑えられる。よって,式(10)を満たすような 0 より大きく 1 より小さい α を見つけることが出来れば,発散の原因である白色雑音の影響を取り除けると考えられる。

この式は詳しく計算すると式(11)となる。

この式 (11) の右辺の項を 0 にするような適切な α を見つ けるために,その値を変動させてシミュレーションを行っ



図8 α の値を変動させた場合の出力の 3σ 値 (100 周) Fig. 8. 3σ of output (changing α from 0.5 to 1, 100 track)



た。フィードフォワード入力を 0 から 1 の間の数字で α 倍 する場合について,シミュレーションによって確認した。 図 8 に α の値を変動させた場合の 100 周目における出力の 3 σ 値をプロットしたものを示す。まず α の値が少しずつ 1 より小さくなると,3 σ 値が少しずつ改善される。これは式 (11)を見てみると,観測雑音の影響を小さくすることを意 味している。しかし, α の値がさらに小さくなると 3 σ 値が 大きくなってしまっている。これは, α がさらに小さくな ることによってその他の外乱である d や SPM の影響が大 きくなってしまっているためである。このなかで双方のバ ランスのとれた α を選べばよい結果が出る。

図 8 より α = 0.875 の値をとったときが最適であると考 え,先ほどと同様に 40 周目までの 3 σ の推移をシミュレー ションで確認した。その結果を図 9 および図 10 に示す。 α を導入したことによって観測雑音をある程度取り除けたた め,以前よりは良い結果を得ることができている。ただ先 ほども述べた通り, α が 1 より小さくなることによって d や SPM の影響が大きくなってしまうため本手法においても 完全にサーボトラックの発散をとめることはできなかった。

3・3 カルマンフィルタと α を併用する場合 先ほ どの章で述べたとおり,単純に α 倍するだけでは発散を完 全に抑えることはできなかった。本節では,提案したカル





図 11 2 手法を併用した場合 Fig. 11. 3σ of output with two method (changing α from 0.5 to 1)

図 12 2 手法を併用した場合 α の値による出力の 3σ の変化 α の値による PES の 3σ の変化 Fig. 12. 3σ of PES with two method (changing α from 0.5 to 1)

マンフィルタの手法と α 倍する手法を併用することでさら に性能を改善することを目指す。フィードフォワード入力 の作成にカルマンフィルタを用い、それを加える際に α 倍 をしてシミュレーションを行った。図 11 および図 12 にシ ミュレーションの結果を示す。 α の値によってその性能が 変化するので,最適な値を求めるために出力および PESの 3σ 値を求めた。この結果, α の値として 0.8 を選択した。 図 13 および図 14 に $\alpha = 0.8$ とカルマンフィルタを併用し た場合の出力および PES の 3σ 値の推移を示す。これは以 前の手法よりも良い結果を示している。特に PES の 3σ 値 に関しては収束させることができていた。

この提案手法が従来よりも結果を出せた理由は, α のみ では白色雑音だけを取り除こうと α を小さくするとそのほ かの雑音の影響が大きくなってしまうという欠点を、カル マンフィルタを用いることでそもそもの誤差分を低減させ ることができたからである。

一方, PES がなぜ発散しなかったのかについて考察する。 これは導入した α の影響によるものであると思われる。 α $M_0 < \alpha < 1$ であるので次のような式を満たす。

 $\lim_{n\to\infty} = \alpha^n = 0$ $\lim_{n \to \infty} = (1 - \alpha)^n = 0$

詳細な n 周目の PES の式は非常に煩雑になるため導出は省 略するが,フィードフォワード入力に毎周において α 倍さ れるため,古くから存在する項により多くのαが乗算され る。よって,古い項から次第に0に近づくため次第に PES は一定範囲の値に収束したと考えられる。PES が収束して いるのにもかかわらず出力が発散しているのは矛盾してい るように思えるが,これについては以下のように説明がつ く。収束したのはあくまでも以下の式 (12) であり, 前周と 今のトラックとの差に観測雑音を加えたものである。

この式では出力が収束することを示すことはできておらず, よってサーボトラックが発散していってしまったと考えら



図 13 2 手法を併用した場合 出力の 3σ の変化 ($\alpha = 0.8$) Fig. 13. 3σ of output in each track with two method $(\alpha = 0.8)$

図 14 2 手法を併用した場合 PES の 3σ の変化 ($\alpha = 0.8$) Fig. 14. 3σ of PES in each track with two method $(\alpha = 0.8)$

れる。そしてこの発散の原因は,やはり観測雑音を完全に 取り除けていないためである。

3・4 フィルタ *k*(*s*) を導入する場合 フィルタk(s)を導入する場合は式 (10) は以下のような式 (13) のように 書くことができる。

この式は詳しく計算すると以下のような式(14)で表すこと ができる。

$$y_{n} - k(s) \cdot y_{FFn+1} = \frac{P}{1 + CP} d_{n+1} + \frac{1}{1 + CP} SPM_{n+1} + \frac{CP}{1 + CP} \xi_{n+1} \\ -k(s) \cdot \left(\frac{P}{1 + CP} d_{n+1} + \frac{1}{1 + CP} SPM_{n+1} - \frac{CP}{1 + CP} \xi_{n+1}\right) \\ = (1 - k(s)) \frac{P}{1 + CP} d_{n+1} + (1 - k(s)) \frac{1}{1 + CP} SPM_{n+1} \\ + \left(\frac{CP}{1 + CP} + \frac{1}{1 + CP} k(s)\right) \xi_{n+1} \cdots (14)$$

右辺 3 項目である ξ にかかる項を以下のようにフィルタ T(s) とおき,外乱にかかるそのほかの係数がどのような形 に整理できるのかを考える。なお同様の式によるフィルタ の設計は行われていた⁽³⁾⁽⁴⁾。しかしその導出方法は異なっ ており,本論文では外乱をベースとした設計を行っている。

$$T(s) = \frac{CP}{1+CP} + \frac{1}{1+CP}k(s)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

フィルタT(s)の具体的な形は後述する。このフィルタT(s)を設定することによって k(s) を逆算することができ, すべ ての項を求めることができる。k(s) は下記の式 (16) のよう に求められる。

それではそれ以外の第一項目および第二項目について計算 をする。まず第二項目について計算する。式(15)を変形す ると,以下の式(17)のようになる。



図 15 フィルタ k(s) を加えた場合のブロック線図 Fig. 15. Block diagram of SSTW with filter k(s)

$$-\frac{1}{1+CP}k(s) = \frac{CP}{1+CP} - T(s) \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (17)$$

このようにおくと第二項目の係数は次のように計算することができる。

第一項目である $(1 - k(s)) \frac{P}{1+CP}$ は式 (16) を代入して計算 すると次のようになる。

$$(1 - k(s)) \frac{P}{1 + CP} = (1 - (1 + CP)T(s) + CP) \frac{P}{1 + CP}$$
$$= (1 + CP)(1 - T(s)) \frac{P}{1 + CP}$$
$$= (1 - T(s)) P \dots \dots \dots \dots \dots (19)$$

以上を整理すると以下のようにまとめられる。

$$(1 - k(s)) \frac{P}{1 + CP} = (1 - T(s)) P \dots (20)$$
$$(1 - k(s)) \frac{1}{1 + CP} = 1 - T(s) \dots (21)$$
$$\frac{CP}{1 + CP} + \frac{1}{1 + CP} k(s) = T(s) \dots (22)$$

以上をふまえ k(s) を設計し, シミュレーションを行った。 シミュレーションでは T(s) を 1 次のローパスフィルタと し, 7 = 0.009 とした。その結果を図 16 および図 17 に示 す。この結果より,フィルタk(s)を導入した場合では出力 および PES の 3σ 値共に完全に発散を抑えることができ ている。しかし 7 の値によって,発散する場合もあった。 なぜ発散が抑えられたのかを解析するために,発散しない 場合と発散する場合の式 (20) ~ (22) のボード線図を比較す る。発散しない場合の式 (20)~(22) のボード線図を図 18~ 図 20 に示す。ただし,発散しない範囲で 7 を 0.003 ~ 0.018 まで 0.003 刻みで変動させてプロットしている。一方,発 散する場合の式 (20)~(22) のボード線図を図 21~図 23 に 示す。こちらは,発散してしまう範囲で r を 2.5 × 10⁻⁶ ~ 2.75 × 10⁻⁵ まで 5.0 × 10⁻⁶ 刻みで変動させている。(注: 図 23 において観測雑音が途中で途切れているのは,シミュ レーションで定義されたものが図で示した周波数までだっ たためである。)

これらよりわかることを整理する。まず,図18と図21



より,発散しない場合ではトルク外乱のボード線図よりも 式 (20)のボード線図の上部に存在し,トルク外乱のボード 線図をそのままの形で上部にシフトしただけのようなボー ド線図を示している。また,図 19 と図 22 より SPM(RRO 外乱やフラッター外乱)はカットせずにそのまま通過させ たほうが良い性能となっている。最後に図 20 と図 23 から は,発散しない場合はある程度観測雑音をローパスフィル タによってカットしていることがわかる。

さらに,サーボトラックが発散しない場合では、 τ を今回 の条件より大幅に変えた場合でも式 (20)のボード線図 (図 18)は大きな変化をしなかった。当然,そのほかの項であ る式 (21) および式 (22)はハイパスフィルタおよびローパ スフィルタであるので,カットオフ周波数が大きく変動す る。しかし,図 19よりいくらハイパスフィルタのカットオ フ周波数が変わっても,外乱 *SPM*をすべて通過させるこ とには変わりがない。また,ローパスフィルタが掛かる項 である観測雑音は,そのほかの外乱に比べてはるかにゲイ ンが小さい。実際得られるシミュレーションの結果 (出力 の 3σ 値)に大きな変化は見られなかった。

一方,サーボトラックが発散する場合では式 (20)のボード線図 (図 21)の形は大きく変動してしまい, τ が小さくなるにつれその形は外乱 dのボード線図よりも下に位置するようになってしまった。また τ が小さくなるにつれより, SPM(RRO、フラッター外乱)を通過させないようなフィルターにしだいになってしまっていた。

これらのすべての現象を踏まえると,サーボトラックが 発散しなかった理由は d(トルク外乱) にフィルタをかけた ものと SPM にフィルタをかけたものがうまくバランスが とれたことにあるのではないかと考えられる。(今回の結果 では,出力の 3σ 値が 0.5 周辺に落ち着いたので観測雑音は 支配的ではなかったと思われる。)よって,さらに良い結果 を出すことができそうな設計方法は,まず式 (20)のボード 線図を今の経験を元に形を推定し直接設計する。その時に, 式 (21)のボード線図がそのまま外乱を通過させていること, かつ式 (22)のボード線図がすべての領域において 0[dB] を 超えないことが条件ではないかと想像できる。この検証は



図 18 発散しない時:式(20)のボード線図(トルク外乱を あわせてプロットした場合)

Fig. 18. Bode diagram of eq.(20) (Servo track:stable)



図 19 発散しない時:式(21)のボード線図(RRO外乱お よびフラッター外乱をあわせてプロットした場合)

Fig. 19. Bode diagram of eq.(21) (Servo track:stable)



Fig. 20. Bode diagram of eq.(22) (Servo track:stable)

今後行う予定である。

4. 結 論

本論文では,SSTW を実現するための手法として4つの 手法を提案した。特にk(s)というフィルターを導入する場 合では,出力および位置誤差信号の 3σ 値共に発散を抑え ることに成功した。今後の課題として,さらなるk(s)の解 析をさらに行うこと,および一般化プラントを作成して理 論的にk(s)を設計することを考えている。

参考文献

(1) 坂東信尚, 堀 洋一:" SSTW のためのヘッド位置推定と フィードフォワード制御の検討"電気学会産業計測制御



図 21 発散する時:式(20)のボード線図(トルク外乱をあ わせてプロットした場合)





図 22 発散する時:式(21)のボード線図(RRO外乱およ びフラッター外乱をあわせてプロットした場合)





せてプロットした場合)

Fig. 23. Bode diagram of eq.(22) (Servo track:unstable)

研究会, IIC-04-72, 2004.9

- (2) 中村 則仁, 堀洋一, 坂東 信尚:"ベンチマークソフトを 用いた Self Servo Track Writer の性能評価"電気学会産 業計測制御研究会, IIC-05-114, 2006.9
- (3) C.Du, J.Zhang and Guoxiao Guo: "Disturbance modeling and control design for self-servo track writing", IEEE Trans.Mechatronics, Vol.10, Feb, 2005
- (4) Hemant Melkote, Robert McNab, Bob Cloke and Vinay Agarwal: "A study of radial error propagation and selfservowriting in disk drives", Proceedings of the American Control Conference, May, 2002