

# パラメータオートチューニングを目指した 新しいPSO アルゴリズムの提案

呉 世訓, 堀 洋一 (東京大学)

Development of a Novel Particle Swarm Optimization for Auto-tuning of Control Parameters

Sehoon Oh, Yoichi Hori (The University of Tokyo)

様々な最適化手法が制御器の最適設計のために使われている。本研究では、制御器のパラメータをオートチューニングすることを目的とした改良 PSO(Particle Swarm Algorithm) を提案する。弱い多峰性をもつ問題に対して、PSO におけるステップサイズ問題を黄金分割法と最急降下法を用いて改善することで最適化特性を向上させた。いくつかのベンチマーク問題を通してその特徴と有効性を確かめる。

**キーワード:** particle swarm optimization, 黄金分割法, 最急降下法, オートチューニング

**Keywords:** particle swarm optimization, golden section search, steepest descent method, auto-tuning

## 1. 序 論

近年、様々な多目的最適化手法が制御器の最適設計に用いられている。ゲインなど制御器のパラメータから、その次数、またはプラントのモデリングに至るまで、様々な領域にこの最適化手法が有効に用いられている。しかし、それら最適手法自体の特徴やこれらの問題に対しより最適な解を得るための改良はそれほど見られない。そこで、本研究ではゲインなどの制御器パラメータのオートチューニング問題の特徴を考慮し、それに基づき PSO の改良を行う。

**〈1・1〉 パラメータオートチューニング問題の特徴**  
制御器設計の段階で、そのパラメータの最適設計を遺伝的アルゴリズム (GA) などで行っている最適化研究がある<sup>(1) (2)</sup>。

本研究は、NC 装置のパラメータチューニングに見られる、すでに制御器がハードウェア的に組み込まれている装置に対し、そのパラメータを実際のプラントを動かしながら最適化するパラメータオートチューニングを目的とする。この問題設定は、実用的な面からは、従来の工作機械で人間がやってきたチューニング作業を最適化アルゴリズムが代わりに行う自動化、という意味を持ち、学問的な面からはハードウェアによる実験を最適化の過程に取り入れた、いわゆる Hardware-in-the-loop (HIL) システムの最適化、という意味を持つ。

本稿では、この手の最適化問題における特徴を考え、それに適した新しいパラメータ最適化手法を提案する。また、本稿は改良手法の提案とその数値実験結果までを紹介していて、実際に HIL を利用した実験結果は載せていないことを断っておく。

まず、HIL システムにおけるパラメータオートチューニングの特徴を以下に挙げる。

(1) 制御器の性能を正確に表す適合度指標は一意的で

はないが、高い適合度を持つところが何箇所もある多峰性問題とみるよりは、いくつか山はあるかもしれないが大きなピークを一つ持つ単峰性問題とみてよい。これは、人間が行ってきたパラメータチューニング作業の経験から確かめられる。

(2) 実際のハードウェアを動かす最適化作業であるので、特別な理由もなくハードウェアを壊す可能性がある極端的な値、または空間を探索してはいけない。GA における突然変異はこの意味からは受け入れがたい。また、同じ理由からできるだけ少ない試行回数で確実に最適化を行う必要がある。

(3) 必要なパラメータチューニングは、ある程度適合度の高い領域を探索するようになってからは、人間のような微調整を行う必要がある。しかし、GA, PSO で代表される多目的最適化は、ある方針を持ってパラメータの変動幅を規則的に変えながら探索する手法ではなく、この微調整には適していないといえる。これらの特徴に適した新しい最適化手法を提案する。

**〈1・2〉 既存の多目的最適化手法の特徴** 高精度制御器設計のため GA, PSO などの多目的最適化手法が使われてきた<sup>(1) (2) (3)</sup>。そこで、それらの特徴を考える。

GA は最適化のオペレーションとして選択 (selection)、交叉 (crossover)、突然変異 (mutation) を用いている。生態系の最適化を取り入れた点で理解しやすい面もあるが、初期値への依存性が高い問題点を持つ。初期値、生態系にたとえて言えば種が悪ければ交叉による最適化を行っても適合度の低いパラメータしか得られない時がしばしばある。

突然変異がその初期値依存性を解決できる手段であるが、この突然変異も必ず適合度を向上する方向に起きるとは保証できない。逆に前節で説明したように突然変異の方向のランダムさは NC 装置でのパラメータチューニングには受け入れがたい特徴である。

一方、式 (1) の速度概念を持つ PSO はこの初期値依存性はない。

$$v_i(k+1) = \alpha v_i(k) + \beta_1 \text{rand}_1(x_{pbest_i} - x_i(k)) + \beta_2 \text{rand}_2(x_{gbest} - x_i(k)) \dots\dots\dots (1)$$

世代が変わるときに、PSO は式 (1) で計算された  $v_i(k+1)$  だけ各パラメータは変動する。ただし、式 (1) における  $x_{gbest}$  とはその世代までもっとも最適だったパラメータ、 $x_{pbest_i}$  は個体  $i$  がその世代まで探索した中での最も最適だったパラメータを意味し、 $\text{rand}_1, \text{rand}_2$  はそれぞれ 0 と 1 の間の乱数を意味する。この式からわかるように、この速度の概念は図 1 に現れているある個体が最適値に向かって進むように、方向を定める機能をする。

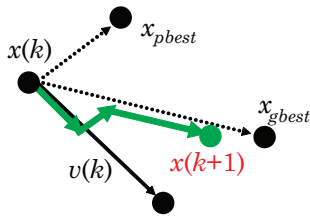


図 1 PSO におけるパラメータ更新  
Fig. 1. Illustration of a Parameter Update in PSO

方向は式 (1) を利用し、ある理由をもって定めるが、その方向に対する更新幅をどう決めるかはそれほど確実に決まっていない。 $\alpha, \beta_1, \beta_2$  がその幅を決めるファクタであるが、これをもっては人間が行っている微調整を実現できない。

次節以降ではこれらの問題を解決できる新しい PSO 手法を提案する。

## 2. 改良 PSO 手法の提案

〈2・1〉 従来 PSO 手法の問題 序論で PSO にはステップサイズをうまく調整できない問題点があると述べた。ここでは二つのベンチマーク問題を通してその特徴を調べる。式 (2) と (3) の Easom(ES) 関数と Goldstein and Price(GP) 関数をベンチマーク問題として選ぶ。それぞれ 2 次元のパラメータの最適化問題であり、その適合度は 2 次元であるため図 2 の (a) と (b) のように表示できる。

$$\begin{aligned} ES(x_1, x_2) &= -\cos(x_1) \cos(x_2) \exp(-((x_1-\pi)^2 + (x_2-\pi)^2)) \quad (2) \\ GP(x_1, x_2) &= (1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)) \\ &\quad (30 + (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2) \cdot \\ &\quad (2x_1 - 3x_2)^2) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

この図からわかるように二つのベンチマーク問題には大きな違いがある。最適値のまわりの適合度の様子がまったく異なる問題である。

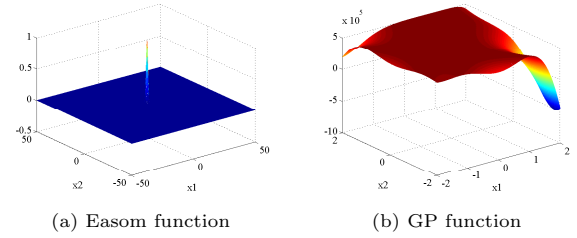


図 2 二つの 2 次元ベンチマーク問題  
Fig. 2. Two Benchmark Problems in 2 Dimension

この二つの相違う問題に対して PSO 最適化を行い、その特性を調べた。2000 回の PSO 最適化をそれぞれ行い。既知のパラメータ最適値からの誤差を調べた。統一的にその最適化性能を評価するため、両問題ともに以下のような条件を満たしたときを最適化成功と定義し、2000 回のうちに何回成功したか、その成功率 (Success Ratio, SR) を比べた。ただし、それぞれの PSO 試行において、個体数は 10、世代数は 20、 $\alpha$  は 0.9、 $\beta_1$  は 0.4、そして  $\beta_2$  は 0.9 と設定した。

$$\|x_{\text{global best}} - x_{\text{best by PSO}}\| < \frac{\text{the full range}}{50} \quad (4)$$

数値実験結果 ES 問題に対しては 60.1% の成功率を GP 問題に対しては 37.3 % の成功率を示した。もちろん、厳正な比較とはいえないが、これほど違いが現れた理由としては  $\alpha, \beta_1, \beta_2$  選定の問題、局所最適値の有無の問題もあるが、PSO 自体のステップ幅問題もあると思われる。次節でこのベンチマークに現れた問題を解決できる PSO を提案する。

### 〈2・2〉 黄金分割法を取り入れた PSO 手法

PSO を改良した最適化手法は文献<sup>(4) (5)</sup>などで提案されている。しかし、それらは PSO の改良よりは PSO と他の最適化手法とのミックスに近い。というのは、より多くの個体や世代を利用して複数手法の最適化を行い、その結果を巧みに合成してシナジー効果を得ようとしているからである。

序論で述べたように NC 装置のパラメータチューニングは少ない試行回数で行う必要があり、これらの改良手法を適用するには問題があるといえる。本稿で提案する手法はこれらとは違い、従来の PSO で用いられている個体の一つか二つを特定の戦略を持って更新するものである。

その戦略に最急降下法と黄金分割法を利用している。PSO が行われている全過程においてある一つの方角を決め、その方角に黄金分割法に基づきパラメータを動かすアイデアである。この方角を最急候補方角と呼ぶことにする。図 3 のそのイメージを示した。

この最急候補方角には全世代におき、 $x_{gbest}$  に対して最も傾斜が急だった方角が選ばれる。よって、 $x_{gbest}$  が変わるか、式 (1) に基づき新しく生成された個体が従来のより急な傾斜を作ったとき変更されることになる。

この最急候補方角が決まり保存されている間、PSO の一

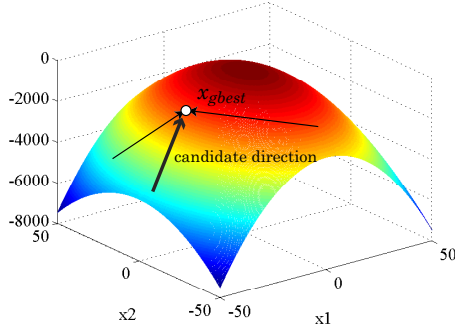


図3 最急候補方向の選定

Fig. 3. Decision of the Candidate Direction

世代のうち一つか二つの個体がこの方向に沿ったパラメータを持つようになる。方向上のどの位置に新しいパラメータを作るかは、黄金分割法によって決められる。黄金分割法は一次元最適化問題において少ない回数で早く最適値を探索する特徴を持っているので、NC装置のオートチューニングに最も適しているといえる。

黄金分割法で探索区間を変えていくには4つの点、すなわちパラメータが必要である。ここではそれらのパラメータをGSSポイントと呼び、 $x_{gss1}$ ,  $x_{gss2}$ ,  $x_{gss3}$ ,  $x_{gss4}$ と表記することにする。この4つのGSSポイントの間では以下のような距離関係が保たれる。

$$\begin{aligned} \|x_{gss1} - x_{gss3}\| : \|x_{gss3} - x_{gss4}\| &= \lambda : 1 - \lambda \\ \|x_{gss1} - x_{gss2}\| : \|x_{gss2} - x_{gss4}\| &= 1 - \lambda : \lambda \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、 $\lambda$ は $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ で計算される黄金比である。黄金分割法は4つのGSSポイントの適合度関係を見て、そのうち一つの点を新しい点に交換することによって最適値を探索する。しかし、一般的な黄金分割法は最適値が必ず存在する区間が既知である問題に対して適用され、はじめに $x_{gss1}$ と $x_{gss4}$ で全探索区間を囲むようにしている。

一方、現在考えているPSOでは、方向は決められるがその方向のどの区間を探索区間とすればよいかわからない。そこで、本研究ではGSSポイントにおける適合度のパターンを見て、この探索区間を動的に変えていく手法を提案する。

図4にGSSポイントが持ちうる適合度のパターンを示した。ただし、最急候補方向での単峰性を仮定している。

タイプIとIIIは現在の探索区間の中に最適値が存在している場合で、このときは一般の黄金分割法に従って区間を縮めていけばよい。これらの更新は以下の式(6)と(7)で実現できる。この場合には $x'_{gss2}$ か $x'_{gss3}$ だけの適合度を新しく求める必要があり、PSOの個体の中から一つだけをこれと入れ替える。

$$\begin{aligned} x'_{gss2} &= \lambda x_{gss2} + (1 - \lambda)x_{gss4}, & x'_{gss1} &= x_{gss2} \\ x'_{gss3} &= x_{gss3}, & x'_{gss4} &= x_{gss4} \end{aligned} \quad (\text{TYPE I}) \quad \cdots (6)$$

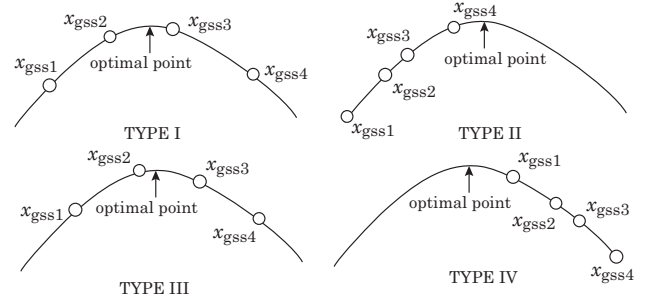


図4 GSSポイントにおける適合度のパターン

Fig. 4. Four-types Function-value Placement GSS Points

$$\begin{aligned} x'_{gss3} &= (1 - \lambda)x_{gss1} + \lambda x_{gss3}, & x'_{gss4} &= x_{gss3} \\ x'_{gss1} &= x_{gss1}, & x'_{gss2} &= x_{gss2} \end{aligned} \quad (\text{TYPE III}) \quad (7)$$

問題となるのがタイプIIとIVの場合であり、このときは最適値が探索区間中になく探索区間を移動しなければならない。このGSSポイントの区間移動は以下の式(8)、(9)のように外分を利用して計算できる。また、この場合には $x'_{gss4}$ ,  $x'_{gss2}$ 、または $x'_{gss1}$ ,  $x'_{gss3}$ の二つの新しいパラメータの適合度が必要となり、PSOの一つの世代の中から二つの個体とこれを入れ替える必要がある。

$$\begin{aligned} x'_{gss4} &= -\frac{(1 - \lambda)}{\lambda}x_{gss2} + \frac{1}{\lambda}x_{gss4} \\ x'_{gss2} &= \lambda x'_{gss1} + (1 - \lambda)x'_{gss4} \\ x'_{gss1} &= x_{gss2}, & x'_{gss3} &= x_{gss4} \end{aligned} \quad (\text{TYPE II}) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} x'_{gss1} &= \frac{1}{\lambda}x_{gss1} - \frac{(1 - \lambda)}{\lambda}x_{gss3} \\ x'_{gss3} &= (1 - \lambda)x'_{gss1} + \lambda x'_{gss4} \\ x'_{gss2} &= x_{gss1}, & x'_{gss3} &= x_{gss4} \end{aligned} \quad (\text{TYPE IV}) \quad (9)$$

図5に提案手法のフローチャートを示す。従来のPSOより4つのGSSポイントを記憶し、また計算が複雑になる計算上の負荷が増えたデメリットはあるが、NC装置によるハードウェアの実験時間に比べれば、計算時間の増加はそれほど問題にならない。逆にこの手法によって少ない試行回数でよい最適化ができるようであれば最適化時間の短縮にもつながる。

### 3. 数値実験を利用した提案手法の有効性実証

〈2・1〉で用いられたベンチマーク問題を持って提案手法の有効性を実証する。

〈3・1〉 **ベンチマーク問題の結果** ES問題に従来のPSOを2000回実行したときの成功率は60.1%だったが、提案手法によるとそれが64.7%になった。より詳しく比べるため、最適化手法で得られた最適パラメータと既知の最適パラメータとの距離を誤差として定義し、その平均誤差と分散値も調べた。その結果、従来のPSOでは0.243の誤差と3.56の誤差分散値を見せていたが、提案手法では

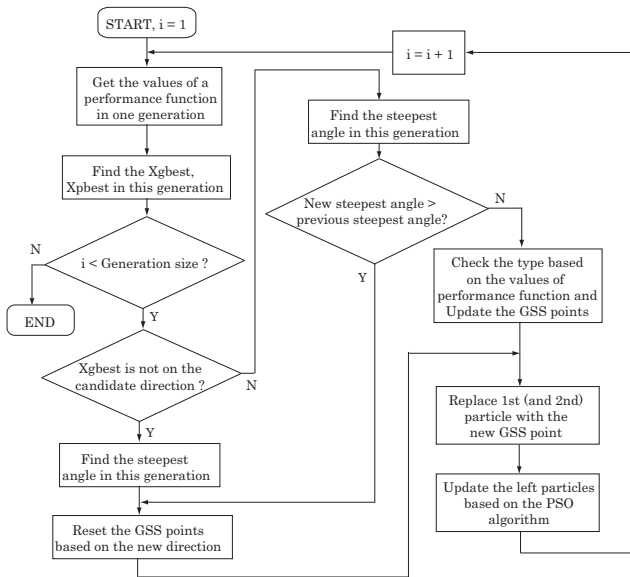


図5 提案手法のフローチャート

Fig. 5. Flowchart of Proposed Algorithm

それぞれが0.135と1.18となった。成功率だけでなく得られた最適パラメータも実際の最適パラメータに近い値であり、また複数回試行におけるバラツキも少ないことが実証された。

しかし、GP問題ではほとんど改善が見られなかった。成功率が39.2%から39.3%に、平均誤差が0.0114から0.0108に、その分散が0.00495から0.00455になっただけであり、ほぼ同じであるといえる。ただし、それぞれ与えられた初期値が違うためまったく同じ土台の比較にならないことに注意して欲しい。

この、改善が見られなかった理由としては提案手法が利用している最急降下法が、少ない次元ではそれほど効果が現れないことと、図2で見られるように勾配の変化が少ない領域が広い問題では、最急候補方向が非効率的にリセットされ提案する手法の長所が現れないことが考えられる。

〈3・2〉適合度フィルタの設計 そこで、適合度空間での適合度分布の傾斜を変換する式(10)のような適合度フィルタを提案する。

$$f_{new} = \exp(p \cdot f_{original} + q) \dots\dots\dots (10)$$

この適合度フィルタは適合度の上下関係を変えることなくその変化の大きさだけを変更し、最適値に近いほど傾斜が急になるように適合度分布を変換する。 $p$ と $q$ は変換前のオリジナル適合度の大きさを見て適当に決める。このフィルタを適用して最適化を行った結果を表1に示す。

表1でOrg. PSOが従来のPSO手法を適用した結果で、Prop. PSOが本稿で提案した手法を適用した結果である。下の2段が式(10)のフィルタを適用した数値実験結果を示しているが、この結果から提案適合度フィルタによりGP問題でも成功率、誤差、分散が大幅に改善されていること

表1 数値実験の結果

Table 1. Results of Numerical Experiments

| Func. | Method              | SR   | Error  | Variance |
|-------|---------------------|------|--------|----------|
| ES    | Org. PSO            | 60.1 | 0.243  | 3.56     |
| ES    | Prop. PSO           | 64.7 | 0.135  | 1.18     |
| GP    | Org. PSO            | 39.2 | 0.0114 | 0.00495  |
| GP    | Prop. PSO           | 39.3 | 0.0108 | 0.00455  |
| GP    | Org. PSO w/ filter  | 36.8 | 0.0111 | 0.00443  |
| GP    | Prop. PSO w/ filter | 53.5 | 0.0083 | 0.00364  |

がわかる。

提案したフィルタは、適合度の相対比較しか行わない従来のPSOにはほとんど影響を与えない。しかし、提案した新しいPSOは適合度の傾きも利用しているため、この適合度フィルタによる適合度空間のカーヴィングが有効になってくる。

しかし、多峰性が強い問題ではこのカーヴィングによって最適化性能がより悪くなる可能性がある。しかし、ES問題とGP問題にまったく局所最適値がないわけではなく、弱い他峰性を持つてはいる。この程度の弱い他峰性には提案手法がまだ有効的であることが、これらの数値実験からわかる。

## 4. 結 論

本研究では2次元のベンチマーク問題を中心に提案手法の有効性を確認した。しかし、多次元問題でも提案手法は有効であり、実際に多次元問題であるShekel関数<sup>(4)</sup>（参考）にも適用し、黄金分割法を取り入れたPSOと適合度フィルタの有効性を確認したが、ここには示さないことにする。しかし、依然と多峰性問題には弱い特徴を持つ。

今後は実際にモータなどを含めたNCシステムを構築、実際のHILシステム提案手法を適用したときの有効性を、実験を持って確かめる予定である。

## 文 献

- (1) Ito, K., Iwasaki, M., Matsui, N., “GA-based practical compensator design for a motion control system,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 6, No. 2, pp.143-148, 2001.
- (2) 金子貴之他, 「弾性体に対する速度制御系を考慮した位置決め制御系のセルフチューニング」, 平成17年電気学会産業応用部門大会, II-27~32, 2005.
- (3) 張 炳勳, 堀 洋一, 「2 慣性システムのパラメータ自動チューニングに関する研究」, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-05-47, 2005
- (4) Hshu-kai S. Fan, Yun-chia Liang and Erwie Zahara, “Hybrid Simplex Search and Particle Swarm Optimization for the Global Optimization of Multimodal Functions,” *Engineering Optimization*, Vol. 36, No. 4, pp.401-418, 2004,
- (5) Yu Liu, Zheng Qin, Zhewen Shi, “Hybrid particle swarm optimizer with line search,” *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 4, pp.3751 - 3755, 2004.