# -卒業論文-

# 生物型アームの位置・剛性・力制御 に関する制御論的考察 平成21年2月16日提出

### 指導教員 堀 洋一教授

#### 電気工学科

70365 小柳 拓也

# 目次

#### 第1章 序論

1.1	研究背景	 2
1.2	研究目的	 3

#### 第2章 生物型アームの特徴

2.1	筋の粘弾性モデル	4
2.2	生物型アームの実行筋モデル	6
2.3	筋出力の和と差を取り入れた表現	6

#### 第3章 生物型アームにおける力制御に関する考察

3.1	筋の収縮と手先の力出力特性 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	7
3.2	拮抗筋群の協調動作と神経回路モデル	8
3.3	二関節筋座標系を用いた力制御手法	10

#### 第4章 生物型アームの位置制御に関する考察

4.1	生物型1軸マニピュレーターに関する考察	12
4.2	筋の粘弾性を生かした制御手法	13
4.3	PD 制御によるモデル化	14
4.4	二関節筋を含めない2軸マニピュレーターの PD 制御モデル …	15
4.5	二関節筋を含めた2軸マニピュレーターの PD 制御モデル	17

4.5 二関節筋を含めた2軸マニピュレーターの PD 制御モデル ……

#### 第5章 生物型アームの手先剛性制御に関する考察

5.1	手先剛性を制御するコントローラの設計	19
5.2	二関節筋が系先端の剛性制御に果たす役割	21

#### 第6章 ロボット工学の基礎知識

- 5.2 ヤコビ行列を用いた関節トルクと力変換 …………………… 24
- 5.3 2軸マニピュレーターの運動方程式 …………………………… 25

参考文献	
------	--

28

27

#### 謝辞

## 第1章 序論

#### 1.1 研究背景

日本は 2050 年に 2.5 人に一人が 65 歳以上という未曾有の高齢化社会を迎えることが予 想されている。また、それに伴う少子化の影響によって、これは高齢者 1 人に対して、1.3 人の生産年齢人口(15 歳~64 歳)という比率になる。<sup>[1]</sup>少子高齢化は今後世界中で問題とな ることが予想されている。

このような社会状況を受け、医療・福祉の分野でもロボットを活躍させようという研究 が盛んに行われている。実際に実用化に至っているロボットもあり、現在約 300 人の人々 が福祉ロボットを使用している。世界で最も使用されている福祉ロボットは英 rehab robotics Ltd が商品化している食事支援ロボット HANDY 1 である。(図 1.1) このロボッ トは実際に世界で 200 人以上の重度四肢不自由者・児に使用されている。<sup>[2]</sup>

しかしながら、ロボットを人の生活空間に導入し、さらに多くの仕事を行わせるために は、乗り越えなければならない課題は数多く残っている。ヒトと協同作業し、かつ十分な 安全性を保つためには、人に優しいモーションコントロールの実現が必要不可欠である。

そこで我々が注目しているのが、生物に学ぶということである。生物は驚くほど簡単に、 ある程度正確で、すばやく、かつ安全な動作を実現しているのである。生物の身体運動は、 アクチュエータである筋だけでなく、脳、神経、脊髄を含む総合的なものである。しかし ながら、神経を介する情報の伝達に時間がかかることを考慮すると、人間の巧妙な動作に、 その特異な構造が寄与していることは間違いないであろう。

生物の特徴を取り入れたロボットもいくつか開発されている。沖電気は、3対6筋に対応するアクチュエータをすべて取り付けた二関節筋装備モデル「HIPRO」を製作している。

「HIPRO」は筋肉に変わるアクチュエータとして、可変弾性アクチュエータを開発しており、ヒトや生物が持つ四肢をロボットで再現している。<sup>[3]</sup>また、二関節筋を装備したロボットレッグによって連続跳躍を可能にしたという報告もなされている。<sup>[4][5]</sup>

本研究においては、様々な側面から生物型アームの特性について考察を行っている。特 にロボットへの応用を意識し、制御論的、ロボット工学的な見地から考察を行うよう勤め た。この取り組みが、今後生物の特徴をロボットに組み込んでいく中で、少しでも貢献で きれば幸いである。

 $\mathbf{2}$ 

#### 1.2 研究目的

生物の特徴を取り入れたマニピュレーターにおいて、その力・位置・剛性制御特性に関 して制御論的な立場から考察を行う。ロボット応用へ向けて、ロボット工学上どのような 利点があるかを明らかにし、今後生物の特徴をロボットに取り入れる取り組みの一助とし たい。



図 1.1 (英)Rehab robotics 社の食事支援ロボット「HANDY1」 手足がうまく動かない人でも自分の意思で食事ができるようになる 出展: Rehab robotics 社 HP<sup>[2]</sup>



図 1.2 沖電気が開発した二関節筋装備基本モデル「HIPRO」
 3対6筋構造をそのままロボットで再現している
 出展:二関節筋装備基本モデル「HIPRO」<sup>[3]</sup>

### 第2章 生物型アームの特徴

#### 2.1 筋の粘弾性モデル

筋肉の力学特性は、張力・長さ関係、筋力・収縮速度関係、の二つで表される。

図 2.1(左)は張力-長さの関係を表す。グラフから筋が非線形な弾性を持っていることが分かる。また、筋の弾性(張力の変化率)は活動レベル α が大きくなるほど、大きくなっていることが分かる。

図 2.1(右)は筋力・収縮速度の関係を表す。グラフから、筋が非線形な粘性を持っていることが分かる。また、筋の粘性は活動レベル α が大きくなる程大きくなっていることが分かる。

このように筋肉は活動レベルによって変化する粘弾性を持っている。筋の粘弾性を表現 するのに様々なモデルが提案されているが、本研究では図 2.2 に表される最も一般的な HILL モデルを用いる。

このとき筋肉の出力は次のように数式化される。

 F = u - kux - bux
 (2.1)

 u:筋収縮力
 (2.1)

 k:筋の弾性係数
 (2.1)

 b:筋の粘性係数
 (2.1)

 x:筋の収縮量
 (2.1)







図 2.2 筋モデルの模式図



$l_1$	リンク1の長さ
$l_2$	リンク2の長さ
$T_1$	関節J1におけるトルク
$T_2$	関節J2におけるトルク
$\theta_1$	関節 J1 の角度
$ heta_2$	関節 J2 の角度
<b>r</b> 1	関節 J1 の半径
$r_2$	関節 J2 の半径

図 2.3 生物型アームの 3 対 6 筋構造モデル

#### 2.2 生物型アームの実行筋モデル

人間の場合を考えると分かりやすいが、生物のアームは多数の関節と筋肉からなり、非 常に複雑な構造をとっている。熊本らは、拮抗二関節筋群は四肢第1リンク、第2リンク が形成する2次元平面内の屈伸運動のためだけに用意された筋であると述べている。<sup>[3]</sup>また、 拮抗二関節筋群が関わる屈伸運動平面内の運動に関与することのできる拮抗1関節筋群は、 この運動平面内に含まれる筋、あるいは筋束に限られることから、3対6筋構造のモデルを 提案した。<sup>[6]</sup>

図 2.3 に 3 対 6 筋構造のアームのモデルを示す。図 2.3 において e1,f1 は関節 J1 に働く 一関節筋、e2,f2 は関節 J2 に働く一関節筋である。また、e3,f3 は関節 R1,R2 に働く。e1 と f1、e2 と f2、e3 と f3 はそれぞれ拮抗関係にある。

#### 2.3 筋出力の和と差を取り入れた表現

図2.3より、各関節に発生するトルクは次のように表すことができる。

$$T_{1} = (F_{f1} - F_{e1})r_{1} + (F_{f3} - F_{e3})r_{1}$$
  

$$T_{2} = (F_{f2} - F_{e2})r_{2} + (F_{f3} - F_{e3})r_{2}$$
(2.2)

ただし、2.1節から

$$F_{m} = u_{m} - ku_{m}x - bu_{m}\dot{x}$$

$$(m = f1, e1, f2, e2, f3, e3)$$
(2.3)

であるとする。 F<sub>m</sub>を代入して整理すると次のようになる。

$$\begin{pmatrix} T_{1} \\ T_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{1}D_{1} + r_{1}D_{3} \\ r_{2}D_{1} + r_{2}D_{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} kr_{1}^{2}(P_{1} + P_{3}) & kr_{1}r_{2}P_{3} \\ kr_{1}r_{2}P_{3} & kr_{2}^{2}(P_{3} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} br_{1}^{2}(P_{1} + P_{3}) & br_{1}r_{2}P_{3} \\ br_{1}r_{2}P_{3} & br_{2}^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2} \end{pmatrix}$$

$$(2.4)$$

また、

$$D_{1} = u_{f1} - u_{e1}, P_{1} = u_{f1} + u_{e1}$$

$$D_{2} = u_{f2} - u_{e2}, P_{2} = u_{f2} + u_{e2}$$

$$D_{3} = u_{f3} - u_{e3}, P_{3} = u_{f3} + u_{e3}$$
(2.5)

としている。このようにすると、3 対 6 筋の生物型アームは筋収縮力の差 $D_1, D_2, D_3$ と、筋収縮力の和 $S_1, S_2, S_3$ の 6 つを入力とする系に見ることができる。このように筋収縮力の和と差による表現を取り入れることで、筋の出力と粘弾性を分かりやすく取り扱うことができるようになる。

# 第3章 生物型アームにおける力制御に関する考 察

### 3.1 筋の収縮と手先の力出力特性

関節トルクと系先端の力出力との関係はヤコビ行列を用いて次のように表される。(第6 章参照)

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \left(J^T\right)^{-1} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix}$$
(3.1)

また、図2.3のような2軸マニピュレーターの場合、ヤコビ行列は次のようになる。

$$J = \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$
(3.2)

また、各筋肉の出力を $F_m$ (m=f1,e1,f2,e2,f3,e3)とすると、各関節に発生するトルクは

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 (F_{f1} - F_{e1}) + r_1 (F_{f3} - F_{e3}) \\ r_2 (F_{f2} - F_{e2}) + r_2 (F_{f3} - F_{e3}) \end{pmatrix}$$
(3.3)

となる。これらの式を整理すると、

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \frac{1}{l_1 \sin \theta_2} \begin{pmatrix} r_1 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ r_1 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} (F_{f_1} - F_{e_1})$$

$$+ \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{pmatrix} -r_2 l_1 \cos \theta_1 - r_2 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -r_2 l_1 \sin \theta_1 - r_2 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} (F_{f_2} - F_{e_2})$$

$$+ \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{pmatrix} r_1 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - r_2 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - r_2 l_1 \cos \theta_1 \\ r_1 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - r_2 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - r_2 l_1 \sin \theta_1 \end{pmatrix} (F_{f_3} - F_{e_3})$$

$$(3.4)$$

となる。また、 $l_1 = l_2 = l$ 、 $r_1 = r_2 = r$ として式(3.4)を整理すると次のようになる。

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \frac{r}{l\sin\theta_2} \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} (F_{f1} - F_{e1})$$

$$+ \frac{r}{l\sin\theta_2} \begin{pmatrix} -\cos\theta_1 - \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -\sin\theta_1 - \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} (F_{f2} - F_{e2})$$

$$+ \frac{r}{l\sin\theta_2} \begin{pmatrix} \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{pmatrix} (F_{f3} - F_{e3})$$

$$(3.5)$$

これによりそれぞれの筋肉が系先端において力を発揮する方向が分かる。関節1の単関節 筋( $F_{f1}, F_{e1}$ )は( $\theta_1 + \theta_2$ )の方向に、関節2の単関節筋( $F_{f2}, F_{e2}$ )は( $\theta_1 + \theta_2/2$ )の方向に、二関節筋 ( $F_{f3}, F_{e3}$ )は( $\theta_1$ )の方向に力を発揮する。(図 3.1)



### 3.2 拮抗筋群による協調動作と神経回路モデル

藤川・大島らは、静的な状態において最大努力で系先端に力を発揮した場合、力を発揮 させる方向によって拮抗筋群が活動レベルを交替する現象が起こることを筋電によって示 した。また、理論的な計算により、この筋活動の様相を解析し、筋電による実験結果と同 様の結果になることを示している。<sup>[7][8]</sup>



図 3.2 筋電を測定することによって得られた筋活動の交替パターン 縦軸は個々の筋の最大の活動状態を 100%としたときの活動レベル、横軸は力を発揮する方 向を表している

出展:ヒト上肢における系先端の出力と拮抗筋群の協調活動[7]



図 3.3 理論的解析によって得られた筋活動の交替パターン 筋電によって得られた活動パターンとほぼ同様の結果が得られる。

さらに藤川らは、図 3.3 に示すような拮抗筋群の協調活動様相は単純な神経回路網で実現 可能であることを述べ、神経回路網を模倣した系先端の力制御器を提案している。空気圧 アクチュエータを駆動源とするマニピュレーターにこの力制御器を実装し、その有用性を 確認している。また、このような力制御器は簡単に機械的に製作することが可能であり、 プログラムも簡単に組むことができるので、ロボットへの応用を容易にする、と述べてい る。

しかしながら、このような神経回路網を模した力制御器には、ロボットへの応用上、次 のような問題点が挙げられる。

- (1) 力出力の方向と、筋肉の活動レベルは簡単な形で関連付けされるが、力の大きさとの関係は不明瞭であること。
- (2) 制御装置とは別に機械的な制御装置を作らなければならないこと。

#### 3.3 二関節筋座標系を用いた力制御手法

式(2.4)より、3対6筋構造における各関節におけるトルクは次のように表される。

$$\begin{pmatrix} T_{1} \\ T_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{1}D_{1} + r_{1}D_{3} \\ r_{2}D_{1} + r_{2}D_{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} kr_{1}^{2}(P_{1} + P_{3}) & kr_{1}r_{2}P_{3} \\ kr_{1}r_{2}P_{3} & kr_{2}^{2}(P_{3} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} kr_{1}^{2}(P_{1} + P_{3}) & kr_{1}r_{2}P_{3} \\ kr_{1}r_{2}P_{3} & kr_{2}^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2} \end{pmatrix}$$

$$(3.6)$$

この式において、 $r_1 = r_2 = r$ として

$$\tau_{1} = rD_{1} - kr^{2}P_{1}\theta_{1} - br^{2}P_{1}\dot{\theta}_{1}$$
  

$$\tau_{2} = rD_{2} - kr^{2}P_{2}\theta_{2} - br^{2}P_{2}\dot{\theta}_{2}$$
  

$$\tau_{3} = rD_{3} - kr^{2}P_{3}(\theta_{1} + \theta_{2}) - br^{2}P_{3}(\dot{\theta}_{1} + \dot{\theta}_{2})$$
(3.7)

$$\tau_1, \tau_2, \tau_3$$
:各拮抗対が発生するトルク

とすると、関節に発生するトルクは次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_1 + \tau_3 \\ \tau_2 + \tau_3 \end{pmatrix}$$
(3.8)

いま、系先端に次のような力を発生させるとする。

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \cos \theta_f \\ f \sin \theta_f \end{pmatrix}$$
(3.9)

このとき、系先端の力と関節トルクの関係はヤコビ行列を用いて

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = J^T \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \cos \theta_f \\ f \sin \theta_f \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} l_1 f \sin(\theta_f - \theta_1) + l_2 f \sin(\theta_f - \theta_1 - \theta_2) \\ l_2 f \sin(\theta_f - \theta_1 - \theta_2) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} l_1 f \sin(\theta_f - \theta_1) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_2 f \sin(\theta_f - \theta_1 - \theta_2) \\ l_2 f \sin(\theta_f - \theta_1 - \theta_2) \end{pmatrix}$$

$$(3.10)$$

式(3.8)に表される関係から、

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 f \sin(\theta_f - \theta_1) \\ 0 \\ l_2 f \sin(\theta_f - \theta_1 - \theta_2) \end{pmatrix}$$
(3.11)

とすることができる。

このように表すと、手先に出力する力、各筋肉が発生するトルクとの関係が非常に簡単 な形で表される。従って、二関節筋を座標変換に用いることで、筋の協調活動様相を用い なくても、非常に簡単に手先の力出力と関節トルクの関係を表すことができる。

また、これは二関節筋を持たない、各関節にアクチュエータを持つ従来型のロボットア ームでも適用することができる。ソフトウェア的に二関節筋を取り入れることによって、 手先の力と関節トルクの関係が非常に簡単な式で計算できるようになる。

# 第4章 生物型アームの位置制御に関する考察

#### 4.1 生物型1軸マニピュレーターに関する考察

まず、簡単のため生物の特徴を取り入れた1軸のマニピュレーターについて考える。対象とする1軸マニピュレーターを図 4.1 に示す。



図 4.1 生物の特徴を取り入れた1軸マニピュレーターのモデル

fl,el は筋肉を表しており、拮抗駆動をしている。それぞれの筋の出力を第2章で示したように

$$F_{f1} = u_{f1} - ku_{f1}x_{f1} - bu_{f1}x_{f1}$$
  

$$F_{e1} = u_{e1} - ku_{e1}x_{fe} - bu_{e1}x_{e1}$$
(4.1)

*u*<sub>f1</sub>,*u*<sub>e1</sub>: 筋の収縮力 *k*,*b*: 筋の弾性係数、粘性係数 *x*<sub>f1</sub>,*x*<sub>e1</sub>: 筋の収縮量

とする。また、

$$\begin{aligned} x_{f1} &= r \cdot \theta \\ x_{e1} &= -r \cdot \theta \\ r &: 関節のプーリ半径 \end{aligned} \tag{4.2}$$

である。

従って、関節に発生するトルクは次のように表すことができる。

$$T = r \cdot F_{f1} - r \cdot F_{e1}$$
  
=  $(u_{f1} - u_{e1})r - kr^2(u_{f1} + u_{e1})\theta - br^2(u_{f1} + u_{e1})\dot{\theta}$  (4.3)  
=  $D_1r - P_1kr^2\theta - P_1br^2\dot{\theta}$ 

$$D_{1} = u_{f1} - u_{e1}$$

$$P_{1} = u_{f1} + u_{e1}$$
(4.4)

これは、筋出力の差と筋出力の和の2つの量を入力とする系に見ることができる。これを ブロック線図で表すと次のようになる。



図 4.2 生物の特徴を取り入れた1軸マニピュレーターのブロック線図

### 4.2 筋の粘弾性を生かした制御手法

吉田は二関節同時駆動機構を備えたマニピュレーターにおいて、筋の粘弾性を生かした 位置制御手法を提案している。この手法においては、筋肉の平衡点を位置目標とすること で、低速ではあるがモデル外乱に強いことを示している。<sup>[9]</sup> 回転の運動方程式から、

$$I\dot{\theta} = T$$

$$= D_1 r - P_1 k r^2 \theta - P_1 b r^2 \dot{\theta}$$
(4.5)

I : 関節まわりの慣性モーメント

$$\ddot{\theta} = \dot{\theta} = 0 \tag{4.6}$$

として、式(4.5)より釣り合いの位置を求めると

$$\theta = \frac{D_1}{krP_1} \tag{4.7}$$

この式より釣り合いの位置は角速度、角加速度によらず $P_1$ 、 $D_1$ の比によって決まることが分かる。

釣り合いの位置を位置目標( $\theta$ \*)とした場合、 $P_1$ は剛性を決めるパラメータとして別に決まるとすると、

$$D_1 = kr P_1 \theta^* \tag{4.8}$$

として、 $D_1$ を決めことができる。

筋の粘弾性を生かした位置制御手法のシミュレーション結果を図 4.3 に示す。このシミュレーションでは、位置目標を $\theta^* = \pi/6$ として与えている。時間 1[s]で位置目標を与えたときの収束の様子を示している。また、k = b = 1、l = 0.5、r = 0.05とし、アームの重さは 1[kg]としている。



図 4.3 筋の粘弾性を生かした位置制御手法のシミュレーション

### 4.3 PD 制御によるモデル化

式(4.8)において、位置目標値を平衡点とすると、

$$D_1 = kr P_1 \theta^* \tag{4.9}$$

が成り立つ。これより、式(4.5)から、

$$T = kr^{2}P_{1}\theta^{*} - kr^{2}P_{1}\theta - br^{2}P_{1}\theta$$
  
=  $kr^{2}P_{1}(\theta^{*} - \theta) + br^{2}P_{1}(\dot{\theta}^{*} - \dot{\theta}) - br^{2}P_{1}\dot{\theta}^{*}$  (4.10)

とすることができる。これは、次に表すブロック線図と等価である。



図 4.3 生物の特徴を取り入れた1軸マニピュレーターと等価なブロック線図

これは PD 制御に等しい。フィードフォワード項として粘性摩擦項が負に入っており、この系が非常に遅いスピードで収束することを表している。また、筋肉の粘弾性がフィードバックとして働いている。

### 4.4 生物型2軸マニピュレーターの PD 制御モデル

2リンク構造のマニピュレーターにおいても、1軸のマニピュレーターと同様に PD 制御 系としてみることができる。まず、図 4.4 のように二関節同時駆動筋を持たない場合、各関 節に発生するトルクは、

$$\begin{pmatrix} T_{1} \\ T_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rF_{f1} - rF_{e1} \\ rF_{f2} - rF_{e2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} D_{1}r \\ D_{2}r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} kr^{2}P_{1} & 0 \\ 0 & kr^{2}P_{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} br^{2}P_{1} & 0 \\ 0 & br^{2}P_{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2} \end{pmatrix}$$

$$(4.11)$$

と表すことができる。 $\ddot{\theta}_1 = \dot{\theta}_1 = 0$ , $\ddot{\theta}_2 = \dot{\theta}_2 = 0$ として平衡点を求める。

$$\theta_1 = \frac{D_1}{krP_1}$$

$$\theta_2 = \frac{D_2}{krP_2}$$
(4.12)

同様にして、

$$D_1 = kr P_1 \theta_1^*$$

$$D_2 = kr P_2 \theta_2^*$$
(4.13)

とすると、式(4.11)に表されるトルクは

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kr^2 P_1 & 0 \\ 0 & kr^2 P_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1^* - \theta_1 \\ \theta_2^* - \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} br^2 P_1 & 0 \\ 0 & br^2 P_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1^* - \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2^* - \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} br^2 P_1 & 0 \\ 0 & br^2 P_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix}$$

$$(4.14)$$

とすることができる。これは、

$$K_{P} = \begin{pmatrix} kr^{2}P_{1} & 0\\ 0 & kr^{2}P_{2} \end{pmatrix}$$

$$K_{D} = \begin{pmatrix} br^{2}P_{1} & 0\\ 0 & br^{2}P_{2} \end{pmatrix}$$

$$C_{FF} = \begin{pmatrix} br^{2}P_{1} & 0\\ 0 & br^{2}P_{2} \end{pmatrix}$$
(4.15)

としたときの、図 4.5 に示す PD 制御と等価である。



図 4.4 2 対 4 筋構造



図 4.5 PD 制御のブロック線図

# 4.5 二関節筋を含めた2軸マニピュレーターの PD 制

#### 御モデル

二関節筋を含めた場合でも、その位置制御特性は簡単な PD 制御として表すことができる。 図 2.3 に示すような 3 対 6 筋構造において、各関節に発生するトルクは式(2.4)から、

$$\begin{pmatrix} T_{1} \\ T_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rD_{1} + rD_{3} \\ rD_{1} + rD_{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} kr^{2}(P_{1} + P_{3}) & kr^{2}P_{3} \\ kr^{2}P_{3} & kr^{2}(P_{3} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} br^{2}(P_{1} + P_{3}) & br^{2}P_{3} \\ br^{2}P_{3} & kr^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2} \end{pmatrix}$$

$$(4.16)$$

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kr^2 (P_1 + P_3) & kr^2 P_3 \\ kr^2 P_3 & kr^2 (P_3 + P_3) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} rD_1 + rD_3 \\ rD_1 + rD_3 \end{pmatrix}$$
(4.17)

となり、 $\theta_1$ , $\theta_2$ に対してパラメータが3つ $P_1$ , $P_2$ , $P_3$ 存在するので平衡点は一意に定まらない。 従って、

$$\theta_1 = \frac{D_1}{krP_1}, \theta_2 = \frac{D_2}{krP_2}, \theta_1 + \theta_2 = \frac{D_3}{krP_3}$$
(4.18)

のように、平衡点を選ぶ。平衡点を位置目標とした場合、

$$D_{1} = krP_{1}\theta_{1}^{*}$$

$$D_{2} = krP_{2}\theta_{2}^{*}$$

$$D_{3} = krP_{3}(\theta_{1}^{*} + \theta_{2}^{*})$$
(4.19)

により、 $P_1, P_2, P_3$ が決まる。

式(4.16)と式(4.19)から

$$\begin{pmatrix} T_{1} \\ T_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kr^{2}(P_{1} + P_{3}) & kr^{2}P_{3} \\ kr^{2}P_{3} & kr^{2}(P_{3} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1}^{*} - \theta_{1} \\ \theta_{2}^{*} - \theta_{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} br^{2}(P_{1} + P_{3}) & br^{2}P_{3} \\ br^{2}P_{3} & br^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1}^{*} - \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2}^{*} - \dot{\theta}_{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} br^{2}(P_{1} + P_{3}) & br^{2}P_{3} \\ br^{2}P_{3} & br^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2} \end{pmatrix}$$

$$(4.20)$$

とすることができる。これは、

$$K_{P} = \begin{pmatrix} kr^{2}(P_{1} + P_{3}) & kr^{2}P_{3} \\ kr^{2}P_{3} & kr^{2}(P_{3} + P_{3}) \end{pmatrix}$$

$$K_{D} = \begin{pmatrix} br^{2}(P_{1} + P_{3}) & br^{2}P_{3} \\ br^{2}P_{3} & br^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix}$$

$$C_{FF} = \begin{pmatrix} br^{2}(P_{1} + P_{3}) & br^{2}P_{3} \\ br^{2}P_{3} & br^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix}$$
(4.21)

としたときの、図 4.5 に示すブロック線図と等価である。

# 第5章 生物型アームの手先剛性制御特性に関す る考察

#### 5.1 手先剛性を制御するコントローラの設計

いま、ロボットマニピュレーターが P 制御によって制御されているものとする。

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = K_p \begin{pmatrix} \theta_1^{ref} - \theta_1 \\ \theta_2^{ref} - \theta_2 \end{pmatrix}$$
 (5.1)

 $\theta_{1^{ref}}, \theta_{2^{ref}}$ は関節角度の目標値である。十分な時間が経ち、誤差が無いとする。

$$\begin{aligned}
\theta_1 &= \theta_1^{ref} \\
\theta_2 &= \theta_2^{ref}
\end{aligned}$$
(5.2)

$$\begin{aligned} x &= x^{ref} \\ y &= y^{ref} \end{aligned} \tag{5.3}$$

 $x^{ref}, y^{ref}$ は作業空間上での手先の目標値とする。このとき、図 5.1 に示すような手先剛性を実現する Kpを求める。手先の剛性は二次元平面上で定義されるので、楕円体で表現することができる。この楕円体を剛性楕円と呼ぶ。剛性楕円は長軸  $k_1$ ,短軸  $k_2$ ,楕円体の傾き  $\theta_e$ の三 つのパラメータによって定義される。



図 5.1 剛性楕円

今、系先端に外力

$$f = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$$
(5.4)

が加わり、関節角、手先の座標において次のように誤差が生じたとする。

$$\theta_1 = \theta_1^{ref} + \Delta \theta_1$$

$$\theta_{12} = \theta_{12}^{ref} + \Delta \theta_{12}$$
(5.5)

$$x = x^{ref} + \Delta x$$
  

$$y = y^{ref} + \Delta y$$
(5.6)

このとき式(5.1)から、

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_3 \end{pmatrix} = K_p \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \end{pmatrix}$$
(5.7)

また、剛性楕円の定義より、

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = R(\theta_e) \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$$
(5.8)

 $R(\theta_e)$ は回転行列であり、

$$R(\theta_e) = \begin{pmatrix} \cos \theta_e & -\sin \theta_e \\ \sin \theta_e & \cos \theta_e \end{pmatrix}$$
(5.9)

である。また、関節角度の微小変化と手先の位置の微小変化との関係、関節トルクと手先 の力との関係はヤコビ行列を用いて次のように表すことができる。

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \end{pmatrix}$$
(5.10)

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = (J)^T \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$$
 (5.11)

式(5.8)、式(5.10)、式(5.11)より、

$$K_{p} = (J)^{T} R(\theta_{e}) \begin{pmatrix} k_{1} & 0\\ 0 & k_{2} \end{pmatrix} J$$
(5.12)

として Kp を求めることができる。

実際にこの方法にて Kp を求めると、次のようになる。

$$K_{p} = \begin{pmatrix} K_{p11} & K_{p12} \\ K_{p21} & K_{p22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{split} K_{p11} &= l_1^2 k_1 (\sin \theta_1 + \sin \theta_{12}) \{ \sin(\theta_{12} + \theta_e) + \sin(\theta_1 + \theta_e) \} \\ &+ l_1^2 k_2 (\cos \theta_1 + \cos \theta_{12}) \{ \cos(\theta_{12} + \theta_e) + \cos(\theta_1 + \theta_e) \} \\ K_{p12} &= l_1 l_2 k_1 (\sin \theta_1 + \sin \theta_{12}) \sin(\theta_{12} + \theta_e) + l_1 l_2 k_2 (\cos \theta_1 + \cos \theta_{12}) \cos(\theta_{12} + \theta_e) \\ K_{p21} &= l_1 l_2 k_1 \{ \sin(\theta_{12} + \theta_e) + \sin(\theta_1 + \theta_e) \} \sin \theta_{12} + l_1 l_2 k_2 \{ \cos(\theta_{12} + \theta_e) + \cos(\theta_1 + \theta_e) \} \cos \theta_{12} \\ K_{p22} &= l_2^2 k_1 \sin \theta_{12} \cdot \sin(\theta_{12} + \theta_e) + l_2^2 k_2 \cos \theta_{12} \cdot \cos(\theta_{12} + \theta_e) \end{split}$$

.....(5.13)

### 5.2 二関節筋が手先剛性の制御に果たす役割

式(2.4)より、二関節筋を含めた生物型アームの、筋出力と関節トルクとの関係は次のようになっている。

$$\begin{pmatrix} T_{1} \\ T_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{1}D_{1} + r_{1}D_{3} \\ r_{2}D_{1} + r_{2}D_{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} kr_{1}^{2}(P_{1} + P_{3}) & kr_{1}r_{2}P_{3} \\ kr_{1}r_{2}P_{3} & kr_{2}^{2}(P_{3} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} br_{1}^{2}(P_{1} + P_{3}) & br_{1}r_{2}P_{3} \\ br_{1}r_{2}P_{3} & br_{2}^{2}(P_{2} + P_{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{1} \\ \dot{\theta}_{2} \end{pmatrix}$$

$$(5.14)$$

この式において、関節の剛性を表しているのは第二項である。また、この第二項が、生物型アームの位置制御特性で、P ゲインの役割を果たすことを第4章にて述べた。

従って、5.2節で求めた Kp と見比べると、二関節筋をハードウェア的に装備した場合には、

$$K_{p21} = K_{p12} \tag{5.15}$$

なる束縛がつく。もちろん、角度情報を二つの関節で共有した場合では*Kp*はソフトウェア 上で自由に設計することができるが、いまは、二関節筋をばねなどで代替し、角度情報を 共有しない場合を考える。このとき、剛性楕円にどのような制限が付くか考える。 式(5.15)より、

$$k_{1}(\sin\theta_{1} + \sin\theta_{12})\sin(\theta_{12} + \theta_{e}) + k_{2}(\cos\theta_{1} + \cos\theta_{12})\cos(\theta_{12} + \theta_{e})$$
  
=  $k_{1}\{\sin(\theta_{12} + \theta_{e}) + \sin(\theta_{1} + \theta_{e})\}\sin\theta_{12} + k_{2}\{\cos(\theta_{12} + \theta_{e}) + \cos(\theta_{1} + \theta_{e})\}\cos\theta_{12}$  (5.16)

これを整理すると

$$\therefore (k_1 + k_2) \sin \theta_e \sin \theta_2 = 0 \tag{5.17}$$

 $k_1 > 0, k_2 > 0$ であるから、式(5.17)を満たす剛性楕円の傾きは、

$$\theta_e = 0, \pi \tag{5.18}$$

したがって、二関節筋は系先端の剛性を、水平方向に強くする働きを持っていると考えら れる。(図 5.2)



# 第6章 ロボット工学の基礎知識

#### 6.1 ヤコビ行列の表現

マニピュレーターでは、1つの座標系での回転や変位の微小変化がほかの座標系の微小変化としてどのように影響するかを知る必要が出てくる。そこで関節角度の微小変化を  $dq=[d\theta_1 \ d\theta_2]^T$ 、作業座標上での位置変化  $dP=[dx \ dy]^T$ との関係をヤコビ行列 J で表すこと にする。(図 6.1)

$$dP = J \cdot dq \tag{6.1}$$

この関係から、ロボットのヤコビ行列は次のように与えられる。

$$J = \frac{dP}{dq} \tag{6.2}$$

図 6.1 に示す2軸のマニピュレーターでは、

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$
  

$$y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$
(6.3)

であることから、ヤコビ行列は次のように表される。

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$
(6.4)



図 6.1 2軸マニピュレーターにおける関節角と位置の微小変化

このヤコビ行列を用いることにより関節角度とエンドエフェクタの位置姿勢が線形な関 係で表されるのでロボットの運動学の計算が非常に簡略化される。

#### 6.2 ヤコビ行列を用いた力と関節トルクの変換

また、エンドエフェクタにおける力と関節におけるトルクの関係もヤコビ行列を用いて表 すことができる。

今図 6.2 のようにマニピュレーターの先端に外力  $f=[f_x f_y]^T$ が加わり、 $dP=[dx dy]^T$ の微 小変位が発生したとする。このときの微小仕事 dWは

$$dW = f^T dP \tag{6.5}$$

となる。これが関節におけるトルク  $T=[T_1 T_2]^T$  とそのために起こった微小回転  $dq=[d\theta_1 d\theta_2]^T$ による仕事と等しくなるので、

$$f^T dP = T^T dq (6.6)$$

従って、

$$T^{T} = f^{T} \frac{dP}{dq} = f^{T} J$$

$$T = J^{T} f$$
(6.7)

このように、ヤコビ行列を使ってエンドエフェクタ部に発生する力を関節トルクに変換することができる。



図 6.2 力と関節トルク変換

### 6.3 2軸マニピュレーターの運動方程式

2軸マニピュレーターの動力学モデルを図 6.3 に示す。



図 6.3 2軸マニピュレーターの動力学モデル m<sub>1</sub>,m<sub>2</sub>:リンク1、リンク2の質量 m<sub>L</sub>:把持物体の質量

 $l_{g1}, l_{g2}: リンク1、リンク2の重心までの距離$  $I_1, I_2: リンク1、リンク2の重心回りの慣性モーメント$ 

ラグランジュの運動方程式より、2軸マニピュレーターの運動方程式は次のようになる。

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = M(\theta)\ddot{\theta} + B(\theta,\dot{\theta}) + C(\theta)$$
(6.8)

$$M(\theta) = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 + a_3 \cos \theta_2 & a_2 + a_3 \cos \theta_2 \\ a_2 + a_3 \cos \theta_2 & a_2 \end{pmatrix}$$
  

$$B(\theta, \dot{\theta}) = \begin{pmatrix} -a_3 \left(2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2\right) \sin \theta_2 \\ a_3 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$
  

$$C(\theta) = \begin{pmatrix} a_4 \cos \theta_1 + a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_5 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$
  
(6.9)

 $M(\theta)$ は慣性効果を、 $B(\theta, \dot{\theta})$ はコリオリカ、中心力などの非線形効果を、 $C(\theta)$ は重力ポテンシャルによる効果をそれぞれ表している。<sup>[10]-[13]</sup>

# 参考文献

[1] "平成 20 年度版 高齡社会白書"、内閣府政策統治官(共生社会政策担当)、2008 [2] Rehab robotics Ltd 、 "Rehab robotics 社 ホ ー ム ペ ー ジ "、 http://www.fastuk.org/home.php [3] 門田健志、鈴木健也、深井善朗、"二関節筋装備基本モデル「HIPRO」"、精密工学会生 体応用制御・応用技術専門委員会第1回 Workshop、2005.10 [4] 高山仁志、田熊隆史、細田耕、"二関節筋を含めた筋骨格構造を持つロボットによる連 続跳躍の実現"、ロボティクス・メカトロニクス講演会 08'予稿集、vol. CD-ROM、 2008(2P2-I17) [5] 伊藤宏司、伊藤正美、"生体とロボットにおける運動制御"、計測自動制御学会、1991 [6] 熊本水頼、"ヒューマノイド工学"、東京電気大学出版局、2006 [7] 藤川智彦、大島徹、熊本水頼、横井信安、"拮抗筋群による協調制御機能"、日本機械学 会論文集(C編)、vol. 63、No. 607、pp769-776、1997 [8] 藤川智彦、大島徹、熊本水頼、横井信安、"ヒト上肢における系先端の出力と拮抗筋群 の協調活動"、日本機械学会論文集(C編)、vol. 65、No. 632、pp253-260、1999 [9] 吉田憲吾、古関隆章、堀洋一、"筋の粘弾性を模擬した新しいロボットアームの制御手 法"、平成19年度電気学会産業応用部門、2007.8、大阪 [10] 小林尚登、"ロボット制御の実際"、計測自動制御学会、1997 [11] 川崎晴久、"ロボット工学の基礎"、森北出版株式会社、1991 [12] 渡辺嘉二郎、小俣善史、"ロボット入門"、オーム社、2006 [13] 小林一行、"ロボットモデリング"、オーム社、2007

# 謝辞

まず始めにこの1年間指導教員としてお世話になった堀洋一先生にお礼申し上げます。 呉世訓助教には多数の助言を頂き、大変感謝しております。

さらに、堀研究室の諸先輩方には研究活動のみならず、大変お世話になりました。修士 論文で忙しい中時間を割いてくれた小林さん、いつも気に掛けてくれた居村さん、そして 直接指導してくれた吉田さん、の3人の先輩方には特に感謝しております。