

# 自己共振相殺外乱オブザーバを用いた2慣性系のロバスト制御とそのヒューマノイドロボットへの適用

青木 元伸\*, 藤本 博志, 堀 洋一 (東京大学), 高橋 太郎 (トヨタ自動車株式会社)

Robust Control of Two-inertia System Based on Self Resonance Cancellation Disturbance Observer and Application to Humanoid Robot

Motonobu Aoki\*, Hiroshi Fujimoto, Yoichi Hori (The University of Tokyo)

Taro Takahashi (Toyota Motor Corporation)

## Abstract

In this paper, a robust control method for two-inertia systems is proposed based on a SRC and a SRCDOB. A proposed SRCDOB improves the robustness of control system by rejecting disturbances and compensating for variation of plant dynamics. The feedback controller for two-inertia systems is designed based on a nominalized plant model by SRCDOB and its effectiveness is verified through simulation study. In addition, a proposed robust control method is applied to humanoid robot control systems and experimental results demonstrated the effectiveness of a proposed robust control method.

キーワード：ヒューマノイド, ロバスト制御, パラメータ変動, 外乱オブザーバ, 自己共振相殺制御, 自己共振相殺外乱オブザーバ

(Humanoid, Robust Control, Parameter Variation, Disturbance Observer, Self Resonance Cancellation Control, Self Resonance Cancellation Disturbance Observer )

## 1. 緒言

ロボットの高性能制御にはロボット全体の動力学的計算が必要とされ、その代表的手法として計算トルク法を用いた非線形補償がある<sup>(1)</sup>。堀らは、この手法における膨大な計算量と、パラメータの同定誤差や変動の問題に疑問を投げかけ、外乱オブザーバ (Disturbance Observer, DOB) を用いることで遠心力・コリオリ力・重力・摩擦力・同定誤差を全て外乱とみなし、プラントをノミナル化させるロバストなモーションコントロールを提案している<sup>(2)</sup>。しかしながら、DOBは1慣性系でのプラントのノミナル化を目的としており、そのまま2慣性系に適用すると負荷慣性とばねによる大きな振動を誘発する。ヒューマノイドを含め、様々なモーションコントロールにおいて、より高性能な制御を求めると1慣性系としてのモデル化では不十分であり、共振成分を含んだ二慣性系、あるいは、より多数の慣性を持つようにモデル化することは避けられない。一方で、ロバスト制御という観点から逸脱すれば、多慣性系の共振抑制制御は多数あり、ノッチフィルタ、共振比制御、自己共振相殺制御 (Self Resonance Cancellation Control, SRC) など多くの制御手法が提案されている<sup>(3)(4)</sup>。しかし、これらの手法の多くはモデル化誤差に関して野放しであり、モデル化誤差の影響で、要求されるフィードバック性能が得られないこともある。

本論文ではまず、DOBおよびSRCの問題点を挙げ、新たなSRC設計法を提案する。次に新たに提案する自己共振相殺外乱オブザーバ (Self Resonance Cancellation Distur-

bance Observer, SRCDOB) を用いることで、SRCにおける見かけのプラントをノミナル化させられることを示す。さらに、SRCとSRCDOBを併用することで、慣性モーメント、粘性減衰係数、ばね定数という2慣性系の全パラメータ変動にロバストなフィードバック制御器が設計できることをシミュレーションにより示し、それをヒューマノイドロボットに適用し、実験によりその有効性を確認する。

## 2. 自己共振相殺外乱オブザーバ

2.1 外乱オブザーバ まず、大西らが提案したDOBについて説明する<sup>(5)</sup>。図1にDOBのブロック線図を示す。Pを実プラント、P<sub>n</sub>をノミナルプラント、Tを入力トルク、dをトルク外乱、QをQフィルタ、Ṫを見かけの入力トルクとすると、出力θ̇は、

$$\dot{\theta} = \frac{PP_n}{P_n(1-Q) + PQ} \{ \dot{T} + d(1-Q) \} \dots \dots \dots (1)$$

となる。Q=1のとき、

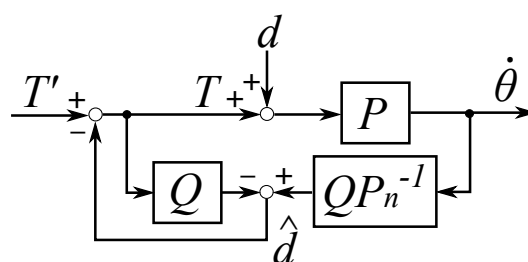


図1 Block Diagram of DOB

$$\frac{\dot{\theta}}{\dot{T}} = P_n \dots \dots \dots (2)$$

となり、プラントはノミナル化される。しかしながら、DOBには問題点があり、その問題点は、

- ・ノミナル化できるのは1慣性系のみである。

ということである。DOBを2慣性系に適用すると負荷慣性とばねによる大きな振動を誘発し、プラントをノミナル化することは難しい。

**2.2 自己共振相殺制御** SRCは坂田らによって提案された2慣性系の共振抑制手法で、モータのみならず負荷側にもエンコーダを取付け、制御対象を1入力2出力系とし、モータ側と負荷側のエンコーダ情報をフィードバックしたものに對し、ある係数をかけて足し合わせることで、開ループ伝達関数の見かけのプラントの共振を相殺する制御手法である。SRCは、ばね定数  $K$  を用いずに設計できるので、ばね定数  $K$  の変動にロバストである。また、SRCは白石らによって3慣性系にも応用されている<sup>(6)</sup>。ここに従来のSRCの問題点を3つ挙げる。

- (1)共振を相殺すると同時にフィードバック制御器が同時に決定され、制御器を自由に選択できない。
- (2)共振相殺時に無視している項があるため共振が残存する。
- (3)慣性モーメントと粘性係数のモデル化誤差に弱い。

これらの問題点を解決するために、2慣性系におけるSRCの設計法を改める。

図2に2慣性系のブロック線図を示す。モータの慣性モーメント、モータの粘性減衰係数、負荷の慣性モーメント、負荷の粘性減衰係数、ばね定数をそれぞれ、 $J_M, B_M, J_L, B_L, K$ 、それらのノミナル値をそれぞれ、 $J_{Mn}, B_{Mn}, J_{Ln}, B_{Ln}, K_n$ とし、ギア比を  $n$  とする。以下、添え字の  $n$  が付いたものは全てノミナル値とする。また、モータの角度を  $\theta_M$ 、負荷側の角度を  $\theta_L$  とする。モータ入力トルク  $T_M$  から  $\theta_M$  まで、負荷外乱  $d_L$  から  $\theta_L$  まで、 $d_L$  から  $\theta_M$  まで、 $d_L$  から  $\theta_L$  までの伝達関数はそれぞれ、

$$P_{MM} = \frac{\theta_M}{T_M} = \frac{J_L s^2 + B_L s + K n^2}{D_M} \dots \dots \dots (3)$$

$$P_{ML} = \frac{\theta_L}{T_M} = \frac{K n}{D_M} \dots \dots \dots (4)$$

$$D_M = J_M J_L s^4 + (J_M B_L + J_L B_M) s^3 + (n^2 J_M K_n + J_L K + B_M B_L) s^2 + (n^2 B_M K + B_L K) s \dots \dots \dots (5)$$

$$P_{LM} = \frac{\theta_M}{d_L} = \frac{J_{Mn} s^2 + B_{Mn} s + \frac{K}{n^2}}{D_L} \dots \dots \dots (6)$$

$$P_{LL} = \frac{\theta_L}{d_L} = \frac{K}{n D_L} \dots \dots \dots (7)$$

$$D_L = J_M J_L s^4 + (J_M B_L + J_L B_M) s^3 + (J_M K + \frac{J_L}{n^2} K + B_M B_L) s^2 + (B_M K + \frac{B_L}{n^2} K) s \dots \dots \dots (8)$$

となる。

従来法では、フィードバック制御器の設計と開ループ伝達関数の見かけのプラントの共振相殺を同時に行っていたが、提案法ではそれらを別々に行う。まず、SRCのブロック線図を図3の形に描き改める。ここで、 $F$ はモデル応答である。このとき、負荷側の角度指令値  $\theta_L^{ref}$  から  $\theta_L$  までの開ループ伝達関数  $G_C$ 、開ループ伝達関数  $G_O$  と、それぞれのノミナル値  $G_{Cn}, G_{On}$  は、

$$G_C = \frac{\{P_{Mn} \frac{P_L}{P_{Ln}} (\alpha + \frac{\beta}{s}) + P_L (\gamma + \frac{\delta}{s})\} C_{FB}}{1 + \{P_M (\alpha + \frac{\beta}{s}) + P_L (\gamma + \frac{\delta}{s})\} C_{FB}} \dots (9)$$

$$G_O = \{P_M (\alpha + \frac{\beta}{s}) + P_L (\gamma + \frac{\delta}{s})\} C_{FB} \dots \dots \dots (10)$$

$$G_{Cn} = \frac{\{P_{Mn} (\alpha + \frac{\beta}{s}) + P_{Ln} (\gamma + \frac{\delta}{s})\} C_{FB}}{1 + \{P_{Mn} (\alpha + \frac{\beta}{s}) + P_{Ln} (\gamma + \frac{\delta}{s})\} C_{FB}} \dots (11)$$

$$G_{On} = \{P_{Mn} (\alpha + \frac{\beta}{s}) + P_{Ln} (\gamma + \frac{\delta}{s})\} C_{FB} \dots \dots (12)$$

となるので、 $G_{On}$ の見かけのプラントの共振の項が相殺されるように  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  を決定すると、

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{J_{Ln}}{n J_{Mn}} \\ \beta &= \frac{B_{Ln}}{n J_{Mn}} \\ \gamma &= 1 \\ \delta &= \frac{B_{Mn}}{J_{Mn}} \end{aligned} \dots \dots \dots (13)$$

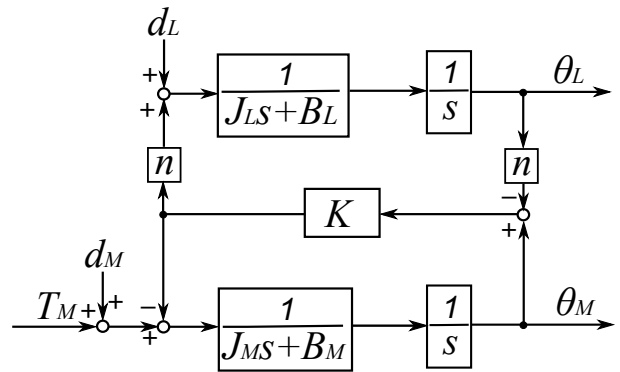


図2 Block Diagram of 2-Inertia System

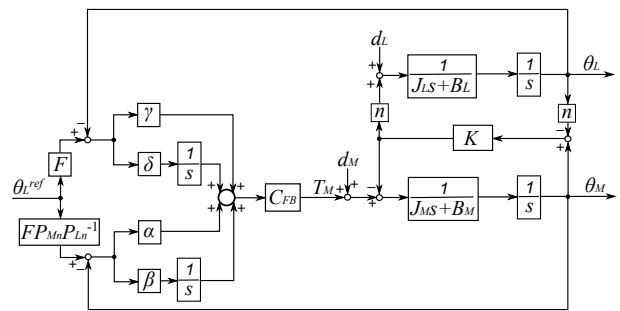


図3 Block Diagram of SRC

となる。このとき、

$$G_{On} = P_{SRCn} C_{FB} \dots\dots\dots (14)$$

$$P_{SRCn} = \frac{1}{J_{Mn}s^2}$$

となり、見かけのプラント  $P_{SRCn}$  に共振成分が存在しなくなる。この設計法であれば従来法のような無視する項が存在しないので、共振が残存することがない。また、フィードバック制御器は独立に設計することが可能である。

しかしながらこの設計法においても、前述の、  
(3)慣性モーメントと粘性係数のモデル化誤差に弱い。  
という問題が残る。

### 2・3 自己共振相殺外乱オブザーバ

DOB の問題点

- ・ノミナル化できるのは1 慣性系のみである。

SRC の問題点

- ・慣性モーメントと粘性係数のモデル化誤差に弱い。

この両者の問題点は2つを組み合わせることで解決され、それが本節で述べる SRCDOB である。まず、

$$\dot{\theta}_{SRC} = \alpha\theta_M + \beta\dot{\theta}_M + \gamma\theta_L + \delta\dot{\theta}_L \dots\dots\dots (15)$$

と定義する。各係数は、SRC の設計法と同様である。この出力に対し DOB を設計すると、図4のように描ける。これを SRCDOB と名づける。このとき、推定外乱  $\hat{d}_{SRC}$  は、

$$\hat{d}_{SRC} = QT_M \{ \Delta P_{MM}(s\alpha + \beta) + \Delta P_{ML}(s\gamma + \delta) \}$$

$$+ Qd_M [ 1 + J_M s \{ \Delta P_{MM}(s\alpha + \beta) + \Delta P_{ML}(s\gamma + \delta) \} ]$$

$$+ Q \frac{d_L}{n} [ 1 + J_M s \{ \Delta P_{LM}(s\alpha + \beta) + \Delta P_{LL}(s\gamma + \delta) \} ] \dots\dots\dots (16)$$

となる。ここで、

$$\Delta P_{MM} = P_{MM} - P_{MMn}$$

$$\Delta P_{ML} = P_{ML} - P_{MLn} \dots\dots\dots (17)$$

$$\Delta P_{LM} = P_{LM} - P_{LMn}$$

$$\Delta P_{LL} = P_{LL} - P_{LLn}$$

である。 $\hat{d}_{SRC}$  中の共振成分はモデル化誤差により発生する項のみに依存している。従来の DOB では、モデル化誤差が存在しない場合でも負荷側外乱  $d_L$  の係数に共振成分が存在していた。つまり SRCDOB は、外乱推定開始直後はモデル化誤差により共振が相殺されないものの、次第にプラントがノミナル化されて共振が相殺され、安定化していく。

さらに、 $Q = 1$  として見かけのモータ入力トルク  $T'_M$  から  $\theta_{SRC}$  までの伝達関数を計算すると、

$$\frac{\theta_{SRC}}{T'_M} = \frac{1}{J_{Mn}s^2} = P_{SRCn} \dots\dots\dots (18)$$

となり、式 (14) の見かけ上のプラントと一致する。ばね定数  $K$  の変動にロバストな SRC と、SRC の見かけのプラントをノミナル化できる SRCDOB を併用すれば、 $J_M, B_M, J_L, B_L, K$  という2 慣性系の全パラメータ変動にロバストなフィードバック制御器が構成できる。

このとき、見かけのモータ入力トルク  $T'_M$  から  $\theta_M$  までの伝達関数を計算すると、

$$P'_{MM} = \frac{\theta_M}{T'_M} = \frac{J_L s^2 + B_L s + K n^2}{D'_M} \dots\dots\dots (19)$$

$$D'_M = J_{Mn} J_L s^4 + (J_{Mn} B_L + J_L B_{Mn}) s^3$$

$$+ (n^2 J_{Mn} K + J_{Ln} K + B_{Mn} B_L) s^2$$

$$+ (n^2 B_{Mn} K + B_{Ln} K) s \dots\dots\dots (20)$$

である。さらに、

$$P'_{MM} = P_{Mn} \begin{pmatrix} K & 0 \\ 1 & \infty \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{J_{Mn}s^2 + B_{Mn}s} \dots\dots\dots (21)$$

$$P'_{MM} = P_{Mn} \begin{pmatrix} K & \infty \\ 1 & \infty \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{(J_{Mn} + \frac{J_{Ln}}{n^2})s^2 + (B_{Mn} + \frac{B_{Ln}}{n^2})s} \dots\dots\dots (22)$$

となることから、プラントの剛体モードがノミナル化されることが確認できる。

また、式 (19) から、共振周波数  $\omega_r$  と反共振周波数  $\omega_{ar}$  の比である共振比  $H$  を計算すると、

$$H = \frac{\omega_r}{\omega_{ar}} = \sqrt{1 + (\frac{J_{Ln}}{n^2 J_{Mn}})} \dots\dots\dots (23)$$

となり、共振比がノミナル化されることがわかる。

### 3. シミュレーション

図5に本手法を実証するために作成した3 関節脚口ポットを示す。本稿では3 関節脚口ポットの膝関節まわりを2 慣性系でモデル化して検証を行っている。図6にプラント  $P_{MM}$  の周波数特性の実測値を示す。周波数特性は股関節および膝関節を地面に垂直、足首を地面に水平にして計測した。このとき生じている約 65Hz の共振はモータ側のプーリと負荷側のプーリの間にまかれたタイミングベルトに依るものである。表1に、この周波数特性をもとに決定したプラントのノミナル値を示す。

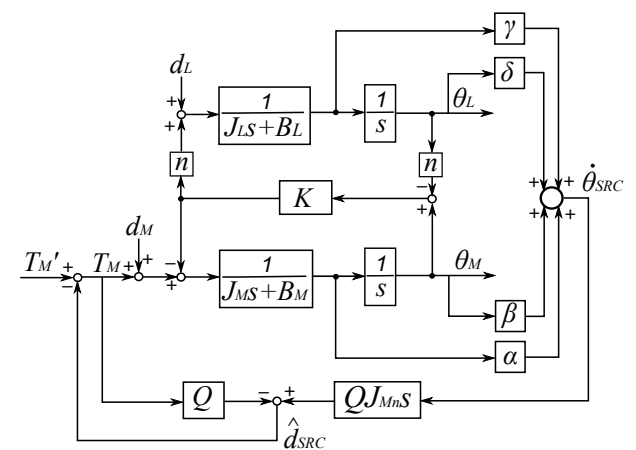


図4 Block Diagram of SRCDOB

3.1 SRCの従来法と提案法 本節では, SRCの従来法と提案法の比較をシミュレーションにより行う。

両SRCは, ノミナルプラント  $P_{SRCn}$  に対して極を共に,  $\omega_C = -35 \times 2\pi$  となるように重根配置し, 位置指令値を 0 rad としている。それらの制御器に対し, 0.3 sec 後に 3 Nm のステップ外乱をモータ側に加え, 0.6 sec 後に 360 Nm のステップ外乱を負荷側に加えている。図7にシミュレーション結果を示す。図7より, 従来法は, 負荷側外乱により定常誤差が生じていることが分かる。一方で提案法は, モータ側外乱および負荷側外乱を加えても定常誤差が生じることはなく, 外乱を抑圧できていることが分かる。

3.2 SRCDOBによるノミナル化 本節では, 負荷の慣性モーメント  $J_L$  が変動した際に, SRCDOBによりプラントがノミナル化されることをボーデ線図で確認する。

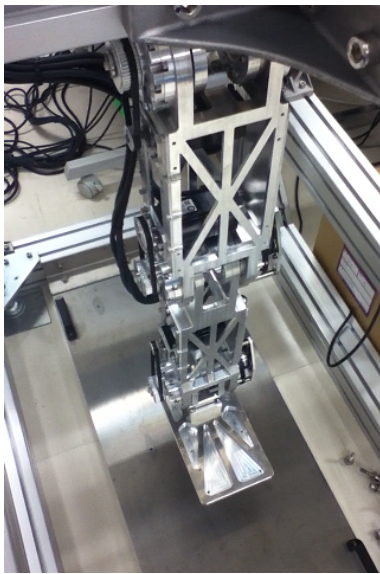


図5 3 Joints Leg Robot

表1 Model Parameter

$J_{Mn}$ [N · m/s <sup>2</sup> ]	0.00005	$J_{Ln}$ [N · m/s <sup>2</sup> ]	0.25
$B_{Mn}$ [N · m/s]	0	$B_{Ln}$ [N · m/s]	30
$K_n$ [N/m]	2.1	$n$	120

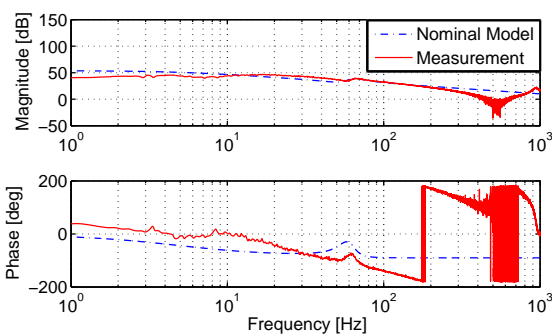


図6 Plant Characteristic

$J_M, B_M, B_L$  のモデル化誤差に関してもノミナル化されることを示すべきであるが, 紙面の都合上省略する。ここでは,  $J_L = J_{Ln}$  の場合,  $J_L = 2J_{Ln}$  の場合, そして  $J_L = 2J_{Ln}$  で SRCDOB を加えた場合の 3 種類で比較を行う。Q フィルタは,

$$Q = \frac{\omega_Q}{s + \omega_Q} \dots \dots \dots (24)$$

$$\omega_Q = 200 \times 2\pi \text{ [rad/sec]}$$

とした。図8に  $P_{MM}$  のボーデ線図, 図9に  $P_{SRC}$  のボーデ線図を示す。

図8より, SRCDOBを用いることで剛体モードがノミナル化されていることが分かる。また, 図9より, SRCDOBを用いることで  $T_M$  から  $\dot{\theta}_{SRC}$  までの伝達関数  $P_{SRC}$  がノミナル化され, 見かけのプラントの共振が相殺できていることが確認できる。

3.3 SRCとSRCDOBを併用した場合のシミュレーション 本節では, PIDとDOBを併用した制御器(従来法)と, SRCとSRCDOBを併用した制御器(提案法)の比較を行う。提案法のブロック線図を図10に示す。

従来法は,  $P_{MM}$  の剛体モードに対して極を  $\omega_C = -35 \times 2\pi$  で重根配置し, 提案法はSRCのノミナルプラント  $P_{SRCn}$  に対して極を  $\omega_C = -35 \times 2\pi$  で重根配置した。また, Q フィルタのカットオフ周波数  $\omega_Q$  は, 従来法が  $\omega_Q = 25 \times 2\pi$  であり, 提案法が  $\omega_Q = 200 \times 2\pi$  である。従来法においては, プラントの共振成分の影響で, これ以上  $\omega_Q$  の値を上げる

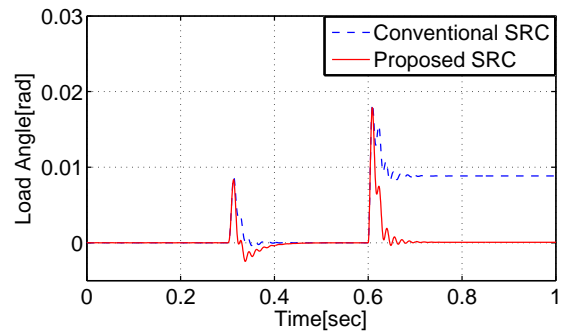


図7 SRC Simulation

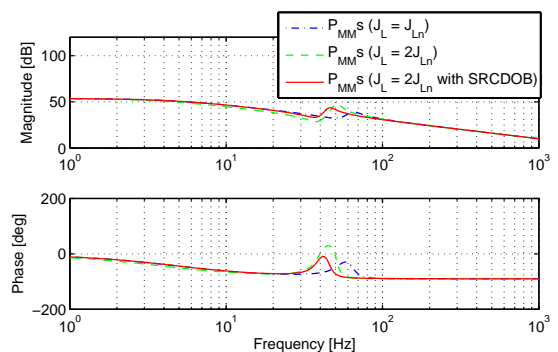


図8 Bode Plot of  $P_M$

と発散する恐れがある。さらに、 $J_L = 2J_{Ln}$  としてモデル化誤差を与えている。両制御器ともに、位置指令値を 0 rad としており、0.3 sec 後に 3 Nm のステップ外乱をモータ側に加え、0.6 sec 後に 360 Nm のステップ外乱を負荷側に加えている。図 11 にシミュレーション結果を示す。

図 11 より、従来法は、負荷側外乱により定常誤差が生じていることが分かる。一方で提案法は、モータ側外乱および負荷側外乱を加えても定常誤差が生じることはなく、外乱を抑圧できていることがわかる。

#### 4. 実験

3 関節脚口ボットの膝関節のモータを用いて SRCDOB の有効性を確認する。本章では、以下 5 つの制御器で実験を行う。

(1)PID( $\omega_C = -35 \times 2\pi$ (重根配置))

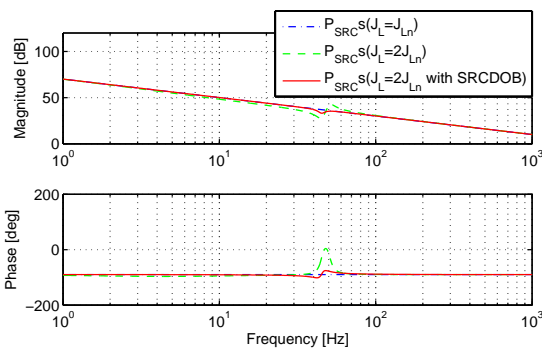


図 9 Bode Plot of  $P_{SRC}$

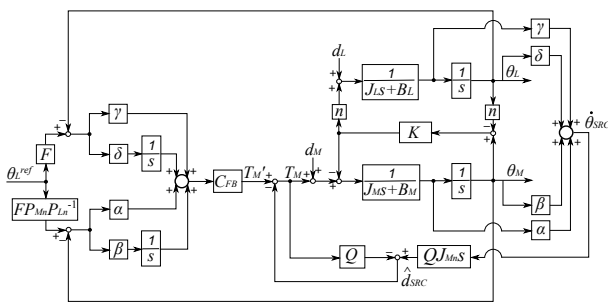


図 10 Block Diagram of SRC with SRCDOB

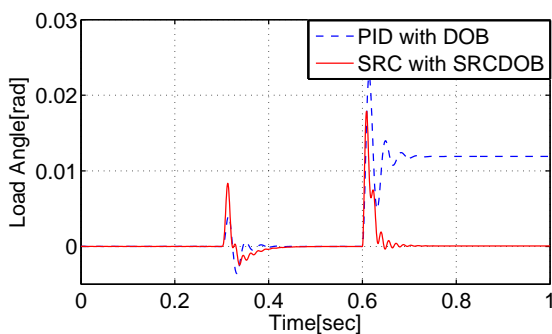


図 11 DOB Simulation

(2)PID( $\omega_C = -35 \times 2\pi$ (重根配置)) と DOB( $\omega_Q = 25 \times 2\pi$ )

(3)SRC( $\omega_C = -35 \times 2\pi$ (重根配置))

(4)SRC( $\omega_C = -35 \times 2\pi$ (重根配置)) と DOB( $\omega_Q = 25 \times 2\pi$ )

(5)SRC( $\omega_C = -35 \times 2\pi$ (重根配置)) と SRCDOB( $\omega_Q = 200 \times 2\pi$ )

実験 (1) ~ (5) 全てにおいて、位置指令値を 0 rad とし、約 0.5 sec 後に 3 Nm のステップ外乱をモータ側に加えている。(1) ~ (5) の実験結果をそれぞれ、図 12, 13, 14, 15, 16 に示す。ただし、実験機の負荷側エンコーダの位置情報にわずかに定常誤差が生じており、エンコーダ情報が正確に計測できなかったため、SRC および SRCDOB は  $\beta = 0, \delta = 0$  として設計しており、従来法を一部踏襲する形となっている。また、DOB のカットオフ周波数が  $\omega_Q = 25 \times 2\pi$  となっているのは、これより値を大きくするとプラントの共振の影響で不安定になるためである。

まず、図 12, 13 をみると、DOB を用いることで、外乱抑圧特性が向上していることが分かる。一方で、図 14 を見ると、SRC を用いているにもかかわらず、モデル化誤差により発振してしまっている。これは、SRC がモデル化誤差に弱いことを示している。これに DOB を加えたものが図 15 であり、DOB により振動が軽減しているが、若干の振動が残っていることが分かる。最後に図 16 を見ると、SRCDOB によってプラントがノミナル化され、SRC が有効に働いていることがわかり、振動を抑圧できている。また、SRCDOB はカットオフ周波数が  $\omega_Q = 200 \times 2\pi$  と高いため、外乱抑圧特性もこれらの手法の中で最も良好な結果となった。

#### 5. 結 言

本稿では、SRC の新設計法および SRCDOB を提案し、SRC の見かけのプラントを SRCDOB によりノミナル化されることを示した。また、SRC と SRCDOB を併用した、慣性モーメント、粘性係数、ばね定数にロバストな 2 慣性系の共振抑制制御を提案した。さらに、3 関節脚口ボットによる実験において、PID と DOB を併用した制御器と比べ、SRC と SRCDOB を併用した制御器の方が外乱抑圧特性が優れていることを示した。今後は、本手法を多慣性系へと拡張させ、全パラメータ変動にロバストな多体系の共振抑制制御を実現させていきたいと考えている。

#### 参考文献

- (1) R.P.C.Paul, "Modeling, Trajectory Calculation for Servoing of a Computer Controlled Arm", Ph.D. Dissertation, Stanford University, CA., USA.
- (2) 堀洋一: "外乱推定型ロバストメカニカル制御", システム制御情報チュートリアル講座'94 「プラクティカル制御系設計法 - 理論と実際を結ぶもの - 」
- (3) 結城和明, 村上俊之, 大西公平: "共振比制御による 2 慣性系の振動抑制制御", 電気学会論文誌, vol.113-D, no.10, pp.1162-1169, 1993.
- (4) K. Sakata, K. Saiki, and H. Fujimoto, "Self Resonance Cancellation using Multiple Sensors for Ballscrew

Driven Stage, " to be published in Proc. IEEJ Industry Applications Society Conf. (JIASC 2011), (in Japanese).

- (5) 大西公平: "メカトロニクスにおける新しいサーボ技術", 電気学会論文誌, vol.107-D, no.1, pp.83-86, 1987.
- (6) Takayuki Shiraishi, Hiroshi Fujimoto: "Vibration Suppression Position Control of Three-inertia Systems Using Self Resonance Cancellation Control", "in Proc. IEE of Japan Technical Meeting Record, IIC-11-171, 2011 (in Japanese).

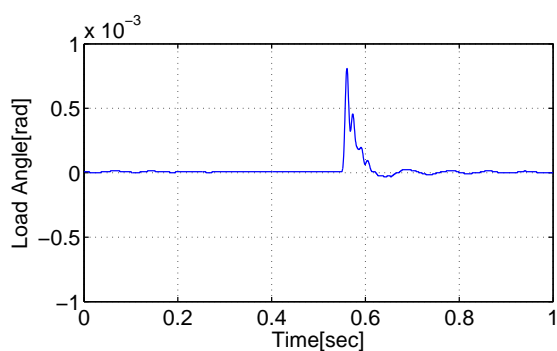


図 12 Experimental Result of PID

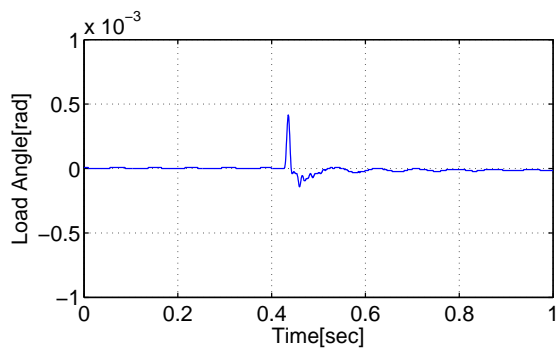


図 13 Experimental Result of PID with DOB

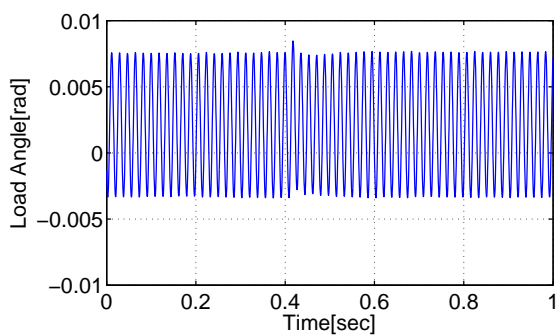


図 14 Experimental Result of SRC

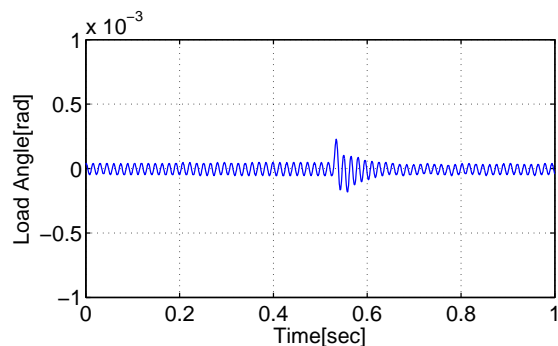


図 15 Experimental Result of SRC with DOB

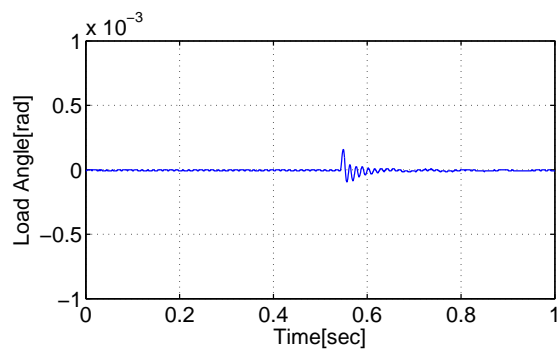


図 16 Experimental Result of SRC with SRCDOB