

# 線形化 dq モデルに基づく IPMSM のモデルベース電圧位相制御器の提案

宮島孝幸\*, 藤本博志 (東京大学), 藤網雅己 (デンソー)

Proposal of Model-based Voltage Phase Controller for IPMSM Based on Linearized dq Model

Takayuki Miyajima\*, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo)

Masami Fujitsuna (DENSO CORPORATION)

## Abstract

IPMSMs (Interior Permanent Magnet Synchronous Motors) are widely used in many industrial application. In order to extend operation range, many robust field-weakening control methods had been proposed but they are not designed with precious model. Authors proposed a model-based design of voltage phase controller for SPMSM based on linearization. In this paper, this technique is applied to IPMSM in the linear range of the inverter.

キーワード：埋込磁石同期モータ, 電圧位相制御, モデルベース設計, 不安定零点 (IPMSM, voltage phase control, model-based design, unstable zero)

## 1. はじめに

埋込磁石同期モータ (Interior Permanent Magnet Synchronous Motor: IPMSM) は高効率などの利点から広く産業界で使われている。IPMSM ドライブシステムでは高回転数駆動・高回転数駆動が要求されているが, インバータ出力電圧の飽和が問題となる。そこで, 弱め界磁制御によって駆動領域の拡大がなされている。

弱め界磁領域では所望のトルクを達成しつつ, 必要最小限の弱め界磁となるように最大電圧振幅での駆動が望ましい。そこで, 電流ループの外側に調率ループを構成して所望の調率となるように電流指令値を修正する方法<sup>(1)(2)</sup>, 電流指令値を探索する方法<sup>(3)</sup>などが提案されている。これらの手法は電圧飽和によって遅くなった電流ループの外側で行われるため, 帯域が制限されてしまう。また, 厳密なモデルに基づいて設計されているとは言えない。一方, 弱め界磁領域では電圧位相のみが制御入力となることに着目し, 電圧位相でトルクを制御する電圧位相制御器に切り替えて制御する手法<sup>(4)</sup>などが提案されているが, 設計は試行錯誤である。

著者らは線形化した表面磁石同期モータの電圧方程式を用いた電圧位相制御器のモデルベース設計を提案した<sup>(5)</sup>。本稿では IPMSM のトルクも線形化し, IPMSM のモデルベース電圧位相制御器を提案する。なお, 電圧位相制御は過変調領域で用いるが, 本稿では基礎検討のため線形領域で検討する。また, 線形化したトルク式を解析し, 不安定零点の存在を示す。不安定零点の存在は, 制御帯域とアンダーシュートにトレードオフがあること意味する。さらに従来の試行錯誤で設計された PI 制御器の電圧位相制御器の安定解析を行い, 問題点を示す。

## 2. IPMSM の dq モデルと線形化

IPMSM の dq 座標電圧方程式を式 (1) に示す。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & \omega_e \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R}{L_q} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{v_d(t)}{L_d} \\ \frac{v_q(t) - \omega_e K_e}{L_q} \end{bmatrix} \dots (1)$$

ただし,  $v_d, v_q$ : d, q 軸電圧,  $R$ : 電機子巻線抵抗,  $L_d, L_q$ : d, q 軸インダクタンス,  $\omega_e$ : 電気角速度,  $i_d, i_q$ : d, q 軸電流,  $K_e$ : 誘起電圧定数,  $\mathbf{x} := [i_d \ i_q]^T$  である。また, トルク  $T$  は式

(2) で表される。

$$T = K_{mt} i_q + K_{rt} i_d i_q \dots \dots \dots (2)$$

ただし,  $K_{mt} := PK_e$ ,  $K_{rt} := P(L_d - L_q)$ ,  $P$ : 極対数である。

弱め界磁領域では電圧位相のみが操作量となる。そこで, IPMSM の電圧方程式およびトルク式を平衡点周りで線形化し, 電圧位相からトルクまでの伝達関数を導出する。

電圧ベクトル振幅を  $V_a$ ,  $q$  軸からの電圧ベクトルの位相を  $\delta$  とおくと,  $v_d = -V_a \sin \delta$ ,  $v_q = V_a \cos \delta$  となる。また,  $\mathbf{u} := [V_a \ \delta]^T$  とおき, 式 (1) を  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  とおく。これを平衡点 ( $\mathbf{f}(\mathbf{x}_o, \mathbf{u}_o) = 0$ ,  $\mathbf{u}_o = [V_{ao} \ \delta_o]^T$ ,  $\mathbf{x}_o = [i_{do} \ i_{qo}]^T$ ) 周りで線形化すると, 式 (3) に示した線形化 dq モデルを得る。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Delta i_d \\ \Delta i_q \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta \delta \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & \omega_e \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R}{L_q} \end{bmatrix}, \mathbf{B} := \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d} \sin \delta_o & -\frac{V_{ao}}{L_d} \cos \delta_o \\ \frac{1}{L_q} \cos \delta_o & -\frac{V_{ao}}{L_q} \sin \delta_o \end{bmatrix}$$

ここで,  $\Delta i_d, \Delta i_q, \Delta V_a, \Delta \delta$  はそれぞれ平衡点を基準とした  $i_d, i_q, V_a, \delta$  の変化量を意味する。

一方, 平衡点におけるトルクを  $T_o$ , 平衡点を基準としたトルクの変化量を  $\Delta T$  とおくと, 式 (2) は式 (4) で表される。

$$\begin{aligned} T &= T_o + \Delta T \\ &= K_{mt}(i_{qo} + \Delta i_q) + K_{rt}(i_{do} + \Delta i_d)(i_{qo} + \Delta i_q) \\ \Delta T &= K_{mt} \Delta i_q + K_{rt}(\Delta i_d i_{qo} + i_{do} \Delta i_q + \Delta i_d \Delta i_d) \end{aligned} (4)$$

ここで,  $\Delta i_d \Delta i_d$  が微小量と考え無視すると, 式 (5) を得る。

$$\Delta T \simeq (K_{mt} + K_{rt} i_{do}) \Delta i_q + K_{rt} i_{qo} \Delta i_d \dots \dots \dots (5)$$

式 (3) から求めた  $\Delta i_d, \Delta i_q$  の伝達関数を式 (5) に代入し,  $\Delta T$  から  $\Delta \delta$  までの伝達関数  $\Delta P_{T2}(s)$  を求めると式 (6) を得る。

$$\Delta P_{T2}(s) = \frac{b_{T21}s + b_{T20}}{s^2 + \left(\frac{R}{L_d} + \frac{R}{L_q}\right)s + \frac{R^2}{L_d L_q} + \omega_e^2} \dots \dots \dots (6)$$



$$Y_1[k] = \begin{cases} e_{T_n} + Y_1[k-1] & V_a \geq V_{a \max} \\ & \& \operatorname{sgn}(e_T[k])e_{T_n} > 0 \quad (8) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

電圧位相制御では電圧振幅を最大値で固定しているため、駆動状態によっては強め界磁となってしまう。そこで、 $i_d$  の値から電圧位相制御から電流ベクトル制御への切り替えを判断する。図 3(b) に示すように、トルク推定値  $\hat{T}$  が指令値近傍、すなわち  $|e_T[k]| \leq X_2$  であるとき、式 (9) で表される  $d$  軸電流の総和  $Y_2$  が  $X_3$  を超えたときには強め界磁であると判断し、電圧位相制御から電流ベクトル制御に切り替える。

$$Y_2[k] = \begin{cases} i_d[k] + Y_2[k-1] & |e_T[k]| \leq X_2 \\ & \& i_d[k] > 0 \quad \dots \dots (9) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

このとき、1 サンプル前の電圧振幅・位相より電流 FB 制御器の初期値補償を行う。

$X_1, X_2, X_3$  は適合で決定し、本稿では  $X_1 = 40, X_2 = 0.1, X_3 = 80$  とし、 $T_n^*[k]$  は時定数は 5 [ms] の一次遅れとした。

#### 4. 従来法電圧位相制御器の安定解析

本稿にて電圧位相を入力、トルクを出力とする線形化された伝達関数  $\Delta P_{T2}(s)$  を導出した。これを用い、従来法電圧位相制御器の安定解析を根軌跡法で行う。

従来法の電圧位相制御である PI 制御器  $C_{PI\delta}(s)$  を式 (10) とおき、 $\omega_Z$  を固定して  $K_P$  を変化させた場合、 $K_P$  を固定して  $\omega_Z$  を変化させた場合の根軌跡を用いる。2000 [rpm] において、プラントが不安定零点をもつ 3 [Nm] を平衡点とする場合の根軌跡を図 4、安定零点をもつ -3 [Nm] を平衡点とする場合の根軌跡を図 5 に示す。

$$C_{PI\delta}(s) = \frac{K_P s + K_I}{s} = K_P \frac{s + \omega_Z}{s} \quad (10)$$

力行ではプラントの零点が右半平面にあるため、図 4(a) に示すように比例ゲイン  $K_P$  の増加に伴い複素共役の極は右半平面に移動していく。また、実軸上の極は原点から  $-\omega_Z$  へ移動する。そして、図 4(b) より  $\omega_Z$  が増加すると複素共役の極は右半平面に移動し、実軸上の極は左半平面遠方へ移動する。つまり、実軸上の極の実部と複素共役の極の実部の大きさにはトレードオフが存在している。高応答にするためには  $\omega_Z$  を大きくしなければならないが、複素共役の極が右半平面に移動するために  $K_P$  を小さくしなければならないが、高帯域化の実現が困難である。

再生時の根軌跡を解析する。 $\omega_Z$  を増加させると、複素共役のプラント極は右半平面に移動する。しかし、この動作点ではプラントの零点が安定零点であるため、比例ゲイン  $K_P$  の増加によって複素共役のプラント極を始点とする根軌跡はプラントの安定零点が終点または無限遠点へ移動するため、不安定零点がある場合に比べて高帯域化が実現しやすい。

以上のことから、不安定零点がある場合には PI 制御器の電圧位相制御器では実軸上の極と複素共役の極の速さにトレードオフがあるため、高応答が困難である。また、どのようなゲインに設計しようとも複素共役の極は避けられない。これに対し不安定零点に起因するアンダーシュートを許容してしまえば、提案法では全ての極を実軸上にかつ速い極に配置できることが従来法よりも優位な点といえる。

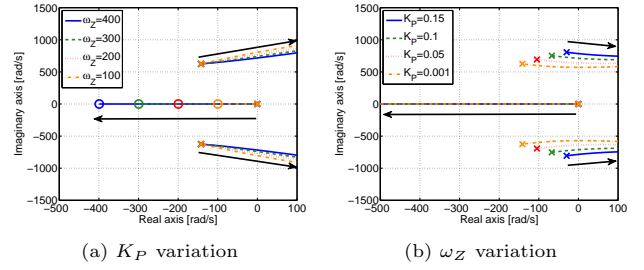


図 4 Root locus of the conventional method (Powering).

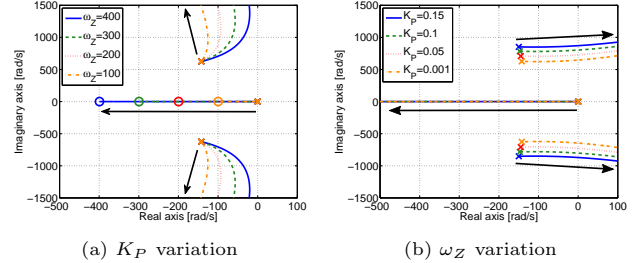


図 5 Root locus of the conventional method (Regenerating).

#### 5. シミュレーション

シミュレーション結果から、提案した設計法を評価する。従来法の電圧位相制御器では、試行錯誤で減衰振動が小さくなるように設計し、比例ゲイン  $K_P = 0.001$ 、積分ゲイン  $K_I = 20$  とした。提案法の電圧位相制御器では、閉ループ極の実部は  $-300, -600$  [rad/s] (それぞれ二重根) と設定した。なお、プラント極よりも閉ループ極  $-300$  [rad/s] (二重根) が遅くなる場合には、プラント極と同心円上に配置されるよう、実部は変えずに複素共役の閉ループ極とした。

ノミナルプラントにおいて、回転数 1500 [rpm] のときにトルク指令値を 0 [Nm] から 3 [Nm] にステップで変化させたときのシミュレーション結果を図 6 に示す。なお、図中の“SW”は制御器切替信号を表し、“High”のときには電圧位相制御、“Low”のときには電流ベクトル制御となる。

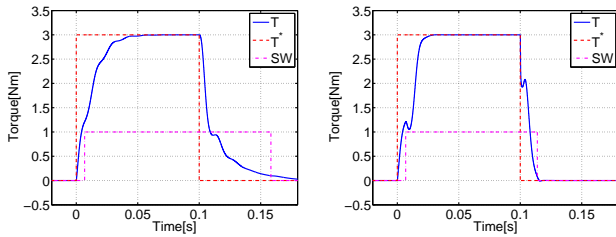
従来法では減衰振動が小さくなるよう各ゲインを小さく設定したため、トルク応答は遅れている。提案法では制御器の切り替えによってトルク応答が悪化しているものの、従来法よりも高速にトルクを制御している。

回転数 2000 [rpm] のときにトルク指令値を 0 [Nm] から 3 [Nm] にステップで変化させたときのシミュレーション結果を図 7 に示す。このとき、電圧位相制御のみで駆動している。

従来法では制御器ゲインを小さく設定しており、減衰振動が小さいものもトルク応答が遅い。従来法において積分ゲインを  $K_I = 50$  にしたときの結果を図 7(c) に示す。第 4 節にて述べたように制御器ゲインを大きくすることで複素共役の閉ループ極が遅くなり、大きい振動が発生している。従来法に対し、任意の値に極配置した提案法では大幅に整定時間を短縮しており、有効性が確認された。

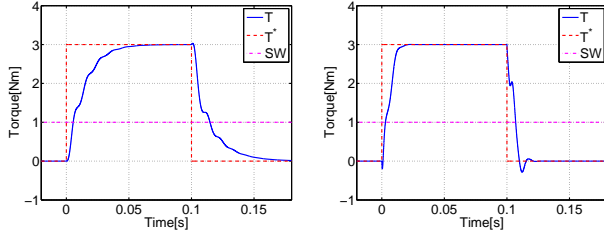
#### 6. 実験

シミュレーションと同様に実験にて提案法を評価する。速度演算分解能の粗さを回避するため、提案法の制御器設計およびニュートン・ラプソン法で用いる速度を時定数 1 [ms] のローパスフィルタに通している。これ以外の制御器設計はシミュレーションと同じである。1500 [rpm] でトルク指令値を

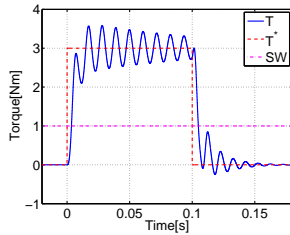


(a) Conventional method (b) Proposed method

図 6 Simulation result 1 (1500 [rpm]).



(a) Conventional method (b) Proposed method



(c) Conventional method (high integral gain)

図 7 Simulation result 2 (2000 [rpm]).

0 [Nm] から 3 [Nm] にステップで変化させたときの実験結果を図 8 に示す。

従来法では高帯域化できないため、遅いトルク応答となっている。一方、提案法では制御器切り替え時にトルク応答が悪化しているが、従来法よりも整定時間を短縮している。

2000 [rpm] において、トルク指令値を 0 [Nm] から 3 [Nm] にステップで変化させたときの実験結果を図 9 に示す。

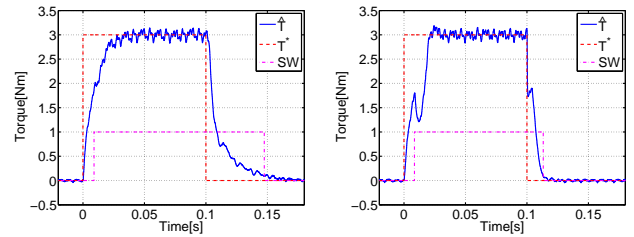
従来法では、積分ゲインが小さい場合には図 9(a) に示すようにトルク応答は遅く、積分ゲインが大きい図 9(c) では減衰振動が大きくなってしまっている。一方、提案法では減衰振動が大きくなることもなく、高速にトルクを制御している。

## 7. まとめ

本稿では IPMSM の線形化 dq モデルを用いた電圧位相制御器のモデルベース設計を提案し、シミュレーションと実験より提案法の有効性を確認した。線形化したプラントモデルを解析し、高回転数・高トルクすなわち電圧位相が大きくなるほど遅い不安定零点が存在することを解析により求めた。また、従来用いられてきた PI 制御器の電圧位相制御では不安定零点がある場合に高帯域化が困難であることも論証した。

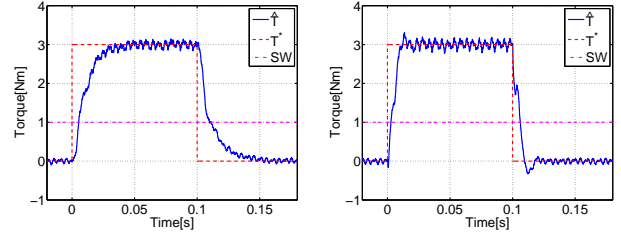
## 文 献

- (1) K. Kondo, K. Matsuoka, Y. Nakazawa, and H. Shimizu: "Torque feed-back control for salient pole permanent magnet synchronous motor at weakening flux control range", T.IEEJapan, Vol. 119-D, No. 10, pp. 1155–1164, 1999 (in Japanese).
- (2) T.-S. Kwon, G.-Y. Choi, M.-S. Kwak, and S.-K Sul :

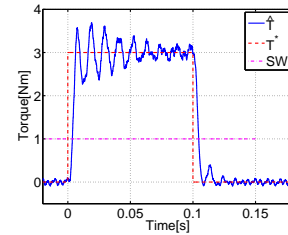


(a) Conventional method (b) Proposed method

図 8 Experimental result 1 (1500 [rpm]).



(a) Conventional method (b) Proposed method



(c) Conventional method (high integral gain)

図 9 Experimental result 2 (2000 [rpm]).

"Novel Flux-Weakening Control of an IPMSM for Quasi-Six-Step Operation", IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 44, No. 6, pp. 1722–1723, 2008.

- (3) J.-L. Shi, T.-H. Liu, and S.-H. Yang: "Field Weakening with Nonlinear Controller Design for an Interior Permanent Magnet Synchronous Motor", The 32th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Florida., pp. 1411–1416, 2006.
- (4) H. Nakai, H. Ohtani, E. Satoh, and Y. Inaguma: "Development and Testing of the Torque Control for the Permanent-Magnet Synchronous Motors", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 52, No. 3, pp. 800–806, 2005.
- (5) T. Miyajima, H. Fujimoto, and M. Fujitsuna: "Proposal of Model-based Design of Voltage Phase Controller for SPMSM in Field-weakening Region", IEE of Japan Technical Meeting Record on Semiconductor Power Converter, SPC-12-046, pp.109-114, 2012 (in Japanese).
- (6) K. Ohishi, E. Hayasaka, T. Nagano, and H. Masaya: "Speed Servo System Considering Voltage Saturation of Indirect Vector Control System", T.IEEJapan, Vol. 122-D, No. 2, pp. 120–127, 2002 (in Japanese).