# 制約付き終端状態制御における初期状態変数を用いたモード切り替え制御 及び超精密2段ステージへの適用

矢崎 雄馬\*,藤本 博志 (東京大学),坂田 晃一,原 篤史,佐伯 和明 (ニコン)

Mode Switching Control Using Initial State Variables in Constraint Final-State Control and Application of it to High-Precision Dual Stage Yuma Yazaki<sup>\*</sup>, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo) Sakata Koichi, Hara Atsushi, Kazuaki Saiki (Nikon Corporation)

# Abstract

Precise positioning stages are required to achieve high-speed and high-precision control to improve production efficiency and quality. For this purpose, we designed a novel high-precision dual stage called catapult stage. The characteristic of the stage is to allow contact between the fine and coarse stages in spite of their lack of mechanical couplings. In previous studies, we found that it is effective to apply Final-State Control (FSC) to the stage positioning in the acceleration region to reduce required thrust and settling time. In addition, the studies showed that it is assured to take an initial state to a final state in finite time without violating thrust limitations by using initial state variables in constraint FSC. This paper proposes a novel method to determine when FSC is applied to the stage positioning. Experimental results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**キーワード**:精密位置決め,2段アクチュエータ,終端状態制御,モード切り替え制御,初期状態変数,推力制約 (Precise Positioning, Dual-Actuator, Final-State Control, Mode-Switching Control, Initial State Space, Thrust Limitation)

# はじめに

精密位置決めステージは、半導体や液晶パネル製造に欠 かせない産業機械である。近年、製品の低価格化及び高集 積化の要求が高まっており、精密位置決めステージにはス ループットの向上及び高精度化が求められている。

このような用途のステージでは、さらなる高精度化とス ループットの向上を達成するため、2段アクチュエータと呼 ばれる構造をとることがある。2段アクチュエータ構造と は、長距離を大推力で駆動する粗動部と、短距離を精密に 駆動する微動部という分割された構造のことである<sup>(1)~(3)</sup>。 2段アクチュエータは今まで、光ディスク<sup>(4)</sup>や HDD<sup>(5)</sup>など に広く用いられてきた。しかし、精密位置決めステージに おける従来の2段アクチュエータでは粗微動間を接触させ ないように駆動させるため、加速時において微動部にも粗 動部と同等の加速度で駆動させるためのアクチュエータが 必要である。従って、微動部の軽量化にも限界がある。

そこで本研究グループは先行研究において図1に示す, 粗微動間の衝突を許容することで微動部のアクチュエータ の要求推力を大幅に低減し,微動部を軽量化することによ りフィードバック(FB)帯域を高帯域化できる機構を提案し た<sup>(0)</sup>。提案した粗微動間連結分離機構を有する精密位置決 めステージを本稿ではカタパルトステージと呼ぶ。この新 しい構造の2段アクチュエータにより,装置を大型化しな がらも,微動部の質量を小さくでき,大型化と高速・高精 度化を両立できると考えられる。

粗動部はリニアガイド,微動部はエアガイドにより案内 され,ともにリニアモータによって駆動されている。粗動



図 1 カタパルトステージの構造 Fig. 1. Schematic of Catapult stage.

部には大推力のモータを用い,ステージの加減速時に用い る。微動部には小推力のモータを用い,位置決め精度が必 要となる定速時の位置決め制御に用いる。

著者らは文献(6)において, 微動ステージの加速時におけ る制御法に終端状態制御(FSC)<sup>(7)(8)</sup>を適用することにより, 整定時間及び必要最大推力を大幅に改善できることを示し た。しかし FSC を用いる場合,制御に必要な最大推力を事 前に見積もることができなかったため,文献(6)においては 微動ステージの制御を開始するタイミングは試行錯誤によ り決定した。カタパルトステージの目標の一つは, 微動ス テージの必要最大推力を小さくすることにより微動ステー ジを軽量化し,FB ループを高帯域化することであるため, 微動ステージの必要最大推力を事前に見積もることが設計 上非常に重要である。

ここで微動ステージの必要最大推力を考慮しつつ,加速 時に微動ステージの制御を開始するタイミングを定量的に 評価するためには,FSCの初期状態変数に関する考察が必 要である。なぜなら,カタパルトステージにFSCを適用す



図2 初期状態変数集合の概念図

Fig. 2. Concept of the set of initial state variables.

表 1 The catapult stage parameters.							
Maximum thrust force of the fine stage	$F_{fmax}$	40.0	Ν				
Maximum thrust force of the coarse stage	$F_{cmax}$	218	Ν				
Mass of the fine stage	$M_{f}$	6.0	kg				
Mass of the coarse stage	$M_c$	11	kg				
Coefficient of viscosity of the coarse stage	$D_c$	101.7	N·s/m				

る際には、その動作の途中で FSC を開始することになるため、初期状態変数が零でないためである。

そこで,著者らは文献(9)において,推力制約を持つFSC における初期状態変数を用いた制御切り替え条件を導出し た。初期状態変数を用いた制御切り替え条件の概念図を図 2 に示す。この条件は初期状態変数がある領域の中に入っ たとき,FSC により推力制約を満たしつつ所望の状態まで もっていけることを保証する条件である。この条件を用い ることにより微動ステージの制御を開始するタイミングに ついて定量的に評価することができる。しかし,文献(9)に おいて導出された条件は非常に多くの制約式が含んでおり, そのまま実装することは困難であった。そこで本稿では,文 献(9)において導出された条件を楕円体近似を行うことで, 実装できるようになることを示す。

本稿では,第2章において,カタパルトステージのモデ ル化及びその制御にFSCを適用する際に考慮すべきことに ついて述べる。第3章において推力制約を持つFSCにお ける初期状態変数条件について述べる。この条件を用いる ことにより,制御開始条件を定量的に評価できるようにな る。しかし,第3章で得られる空間は多数の制約式によっ て囲まれる空間であり,実装することは困難である。そこ で,第4章において,楕円体を用いた実装法について述べ る。第5章において,提案法の有効性を実験により示す。

# 2. カタパルトステージ

カタパルトステージの構造及び動作については文献(6)を 参照されたい。本章では,第2·1節において,カタパルトス テージのモデル化について述べる。第2·2節において,加 速時におけるカタパルトステージの制御について述べる。 f の添え字は微動ステージ, c の添え字は粗動ステージを 表す。

**〈2・1〉 カタパルトステージのモデル化** 粗微動間が 接触している場合, プラントモデルを *P*(*s*), 制御入力 *u*, 他方のステージからの反力 *F<sub>i</sub>* を入力, 位置 *X* を出力とし たとき式 (1) のような関係が成り立つ。



図 3 加速時における推力生成の概念図 Fig. 3. Concept of thrust generation at acceleration region.

 $X_f = P_f(s)(u_f - F_{if}), X_c = P_c(s)(u_c - F_{ic}) \cdots \cdots \cdots \cdots (1)$ 

微動ステージはエアガイド,粗動ステージはリニアガイド により案内されるため,プラントモデル *P*(*s*) は以下に示 す剛体モデルとする。

 $P_f(s) = \frac{1}{M_f s^2}$ ,  $P_c(s) = \frac{1}{M_c s^2 + D_c s}$ ....(2)

式(2)の各パラメータは表1の値を用いる。

〈2・2〉加速時における微動ステージの整定時間短縮制 御法<sup>(0)</sup> カタパルトステージの特徴は、加減速時は微動 ステージには推力を与えず、定速時に入ったときにはじめ て微動ステージに推力を与えるということであった。しか し粗動ステージを理想通りに制御したとしても、定速領域 突入時において少なくともロードセルの沈み込み量分の位 置誤差が避けられない。

そこで著者らは文献(6)において、加速時に微動ステー ジが制御できるようになった段階で微動ステージの制御に FSCを適用する手法を提案した。概念図を図3に示す。こ こで微動ステージの制御を始めるタイミングについて述べ る。カタパルトステージでは加速中微動ステージは粗動ス テージに押されることにより加速度を与えられるため、そ の加速度による慣性力が微動ステージの最大推力よりも大 きいとき微動ステージは粗動ステージから離れられない。 従って、微動ステージの加速度が小さくなり、微動ステージ と粗動ステージが離れられるようになってから微動ステー ジに推力を与えればよい。

次にフィードフォワード(FF)入力を生成するための条件 を考える。カタパルトステージに FSC を適用する場合,慣 性力を考慮するために力の次元の状態変数が必要である。 従って,FSC を適用する際には始点,終点それぞれの位置, 速度,推力が必要となる。

# 3. 推力制約を持つ FSC における初期状態変数条件

本章では,推力制約を持つ FSC における初期状態変数条件について述べる。第 3·1 節において,FSC について述べる。第 3·2 節において,ジャークを評価関数としたときの 初期状態変数条件を示す。

**〈3·1〉 終端状態制御<sup>(7)(8)</sup>** FSC とは,あるシステムに 対し FF 入力を与えることで有限時間で指定した終端状態 にもっていく制御法である。可制御な *m* 次の離散時間シス テム

 $\boldsymbol{x}[k+1] = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}[k] + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}[k], \ \boldsymbol{y}[k] = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}[k] \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (3)$ 



Fig. 4. Augmented system with an integrator.

に対して,初期状態 *x*[0] を終端状態 *x*[*N*] に *N* ステップで 到達させる FF 制御入力 *u*[*k*] を考える。制御入力に関する 評価関数を式 (4) のように設定し,これを最小化する *u*[*k*] を求める。

$$J = U^{\mathrm{T}} Q U, \ Q > 0, \ U = [u[0] \ u[1] \ \cdots \ u[N-1]]^{\mathrm{T}} \cdots (4)$$

ここで,  $U \Leftrightarrow u[k] を縦に並べたベクトルであり, <math>Q \in R^{N \times N}$ は重み行列である。このとき,式(4)の評価関数を最小とする FF 入力は式(5)で与えられる。

$$U = Q^{-1} \Sigma^{\mathrm{T}} (\Sigma Q^{-1} \Sigma^{\mathrm{T}})^{-1} (\boldsymbol{x}[N] - \boldsymbol{A}^{N} \boldsymbol{x}[0]) \cdots \cdots \cdots \cdots (5)$$
$$\Sigma = [\boldsymbol{A}^{N-1} \boldsymbol{B} \ \boldsymbol{A}^{N-2} \boldsymbol{B} \ \cdots \ \boldsymbol{B}] \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (6)$$

以下簡単のため  $u[i] = u_i$  と表すものとする。また、制御入 力  $u_i$  ( $0 \le i \le N - 1$ ) に関する制約を式 (7) に示す。本章 では、制御入力  $u_i$  ( $0 \le i \le N - 1$ ) に式 (7) の制約を考慮 した初期状態変数条件について述べる。

ただし、ulim は制御入力の上限値である。

〈3・2〉 ジャークを評価関数としたときの初期状態変数条件の導出<sup>(\*)</sup> カタパルトステージの微動ステージに FSC を適用する場合,始点,終点それぞれの位置,速度,推力が必要になる。そのため,図4に示すような制御対象 P(s)の入力端に和分器 1/(z − 1) を接続した拡大系を構成することにより,状態変数に推力を含められるようにする。サンプリング周期をτとし,図4に示した拡大システム

$$\boldsymbol{x}_{\text{aug}}[k+1] = \boldsymbol{A}_{\text{aug}}\boldsymbol{x}_{\text{aug}}[k] + \boldsymbol{B}_{\text{aug}}\boldsymbol{u}_{\text{aug}}[k], \ \boldsymbol{y}[k] = \boldsymbol{C}_{\text{aug}}\boldsymbol{x}_{\text{aug}}[k]$$
$$\boldsymbol{A}_{\text{aug}} = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2M_f} \\ 0 & 1 & \frac{\tau}{M_f} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{B}_{\text{aug}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{C}_{\text{aug}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 (8)

に FSC を適用すると,入力の時系列データ **U**<sub>aug</sub> は式 (9) で表される。

$$U_{\text{aug}} = Q^{-1} \Sigma_{\text{aug}}^{\text{Tag}} (\Sigma_{\text{aug}} Q^{-1} \Sigma_{\text{aug}}^{\text{Tag}})^{-1} (\boldsymbol{x}_{\text{aug}}[N] - \boldsymbol{A}_{\text{aug}}^{N} \boldsymbol{x}_{\text{aug}}[0]) \cdot (9)$$
  
$$\Sigma_{\text{aug}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\text{aug}}^{N-1} \boldsymbol{B}_{\text{aug}} & \boldsymbol{A}_{\text{aug}}^{N-2} \boldsymbol{B}_{\text{aug}} & \cdots & \boldsymbol{B}_{\text{aug}} \end{bmatrix} \cdots \cdots \cdots \cdots (10)$$

ジャークを最小化するような拡大系を用いているため,  $U_{aug}$  は仮想的な入力  $u_{aug}[k]$  を縦に並べたベクトルであ り,  $u_{aug}[k]$  はジャークに相当する次元の入力であることに 注意する。それぞれの行列を要素に分解すると式 (9) は式 (11) で表すことができる。

$$\begin{bmatrix} u_{\text{aug1}} \\ u_{\text{aug2}} \\ \vdots \\ u_{\text{augN}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ q_{N1} & q_{N2} & q_{N3} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} X_F \\ V_F \\ u_F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ V_0 \\ u_f \end{bmatrix} \right\} (11)$$

各係数は,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & N\tau & \frac{N^2\tau^2}{2M_f} \\ 0 & 1 & \frac{N\tau}{M_f} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q_{i1} = \frac{M_f}{\tau^2(N-2)(N-1)N(N+1)(N+2)} \times \{360(N-i)^2 + 360(N-1)(N-i) - 60(N-2)(N-1)\}\}$$

$$q_{i2} = \frac{M_f}{\tau(N-2)(N-1)N(N+1)(N+2)} \times \{180(N-1)(N-i)^2 - 12(2N-1)(8N-11)(N-i) + 18(N-1)(2N-1)\}\}$$

$$q_{i3} = \frac{-1}{N(N+1)(N+2)} \times \{30(N-i)^2 - -18(2N-1)(N-i) + 3(3N^2 - 3N + 2)\}$$
(12)

で表される。ただし,  $u_{augi}$  (1  $\leq i \leq N$ ) は入力列 Uの i 行における要素,  $q_{ij}$  (1  $\leq i \leq N$ , 1  $\leq j \leq 3$ ) は  $Q^{-1}\Sigma_{aug}^{T}(\Sigma_{aug}Q^{-1}\Sigma_{aug}^{T})^{-1}$ のi 行 j 列における要素,  $X_F$ ,  $V_F$ ,  $u_F$  はそれぞれ終点の位置,速度,推力,  $a_{ij}$  (1  $\leq i \leq 3$ , 1  $\leq j \leq 3$ ) は  $A_{aug}^N$  の i 行 j 列における要素,  $X_0$ ,  $V_0$ ,  $u_0$  はそれぞれ始点の位置,速度,推力を表す。ま た, Q = I と設定した。 $u_{augi}$  はジャークに相当する次元 の変数であるため、和分により制御入力  $u_i$  に変換する必要 がある。制御入力  $u_i$  は初期推力  $u_0$  及びジャークに相当す る次元の入力  $u_{augi}$  を用いると,式 (13) で表される。

$$u_{i} = \begin{cases} u_{f0}, & i = 0\\ \sum_{k=1}^{i} u_{augk} + u_{0}, & i \ge 1 \end{cases}$$
(13)

式 (7), (13) より, 推力制約をもつ FSC における初期状態変 数条件は式 (14) で表される。

$$-u_{\lim} \begin{bmatrix} 1\\1\\1\\1\\1 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\1 & 1 & 0 & 0 & 0\\\vdots & \ddots & \ddots & \ddots\\1 & 1 & 1 & 1 & 0\\1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{f0}\\u_{\mathrm{aug1}}\\\vdots\\u_{\mathrm{augN-1}}\\u_{\mathrm{augN}}\end{bmatrix} \leq u_{\lim} \begin{bmatrix} 1\\1\\\vdots\\1\\1 \end{bmatrix} (14)$$

式 (14) の各行は初期状態変数 X<sub>0</sub>, V<sub>0</sub>, u<sub>f0</sub> を変数とする平 面を表す。式 (14) により張られる 2N 枚の平面に囲まれる 領域が,推力制約をもつ FSC における初期状態変数条件を 満たす領域である。

4. 近似楕円体を用いた実装法

第 3·2 節より,ステップ数を N とすると,得られる制約 式の数は 2N 本となる。N は  $10^0$  から  $10^2$  のオーダである ため,第 3·2 節の手法をそのまま適用した場合,制約式の 数が非常に多くなり実装することは困難である。

そこで本章では,近似楕円体を用いた実装法について述べる。第4-1節において,初期状態変数条件を楕円体によって近似する。楕円体は2次形式により表現できるため,多数の不等式制約条件を1つの不等式制約条件にまとめることができる。第4-2節において,楕円体近似の有無による比較を行う。しかし全てのステップ数Nに対して,楕円体

のパラメータを保存しておくことは実装上現実的ではない ため,第4-3節において楕円体のパラメータを関数化する 方法について述べる。その結果,提案手法の実装が可能と なる。

**〈4·1〉** 初期状態変数条件の楕円体近似 式 (11) より *u*augi は式 (15) で表される。

$$u_{\text{aug}i} = c_i X_0 + d_i V_0 + e_i u_{f0} + f_i$$

 $\begin{cases} c_i = -(a_{11}q_{i1} + a_{21}q_{j2} + a_{31}q_{i3}) \\ d_i = -(a_{12}q_{i1} + a_{22}q_{i2} + a_{32}q_{i3}) \\ e_i = -(a_{13}q_{i1} + a_{23}q_{i2} + a_{33}q_{i3}) \\ f_i = -(q_{i1}X_F + q_{i2}V_F + q_{i3}u_F) \end{cases}$ (15)

初期状態変数条件が満たすべき制約式は式 (14),(15) より, 式 (16) で表される。

ただし, **A'**の*i*行のベクトル **A'**<sub>i</sub> 及び**b'**の*i*行の要素 b'<sub>i</sub> は以下のように表される。

$$\mathbf{A'}_{i} = \left[\sum_{k=1}^{i} c_{k} \quad \sum_{k=1}^{i} d_{k} \quad \sum_{k=1}^{i} e_{k} \quad \sum_{k=1}^{i} f_{k} + u_{f0}\right], \ b'_{i} = u_{\lim} \cdots (17)$$

式(16)より、制約式は式(18)で表すことができる。

$$\boldsymbol{\theta} \leq \boldsymbol{b}$$
$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} X_0 \\ V_0 \\ u_{f0} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A'} \\ -\boldsymbol{A'} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b'} - \boldsymbol{A'}_{i,4} \\ \boldsymbol{b'} - \boldsymbol{A'}_{i,4} \end{bmatrix} \cdots \cdots (18)$$

初期状態変数条件の楕円体近似について説明する。n次の 楕円体を式 (19) で定義する<sup>(10)</sup>。

$$E(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{c}) = \left\{ \boldsymbol{x} \in R^n \, | \, (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{c})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}^{-2} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{c}) \leq 1 \right\} \cdots \cdots (19)$$

ここで、 $P \in R^{n \times n}$  は正定対角行列であり、楕円体の大き さ、形状を表す。また、 $c \in R^{n \times 1}$  は楕円体の中心を表す。 この楕円体が初期状態変数条件の内部で最大の体積を持つ とき、これを近似楕円体とする。近似楕円体を得るために は、式 (20) で表される最適化問題を解けばよい<sup>(10)(11)</sup>。

 $\max_{\boldsymbol{P},\boldsymbol{c}} \{\det(\boldsymbol{P})\}^{\frac{1}{n}} \dots (20)$ s.t.  $\|\boldsymbol{a}_i\boldsymbol{P}\|_2 + \boldsymbol{a}_i\boldsymbol{c} \leq b_i$ , for  $i = 1, \dots, 2N$ 

ただし、 $\{\det(\mathbf{P})\}^{\frac{1}{n}}$ は楕円体  $E(\mathbf{P}, \mathbf{c})$ の体積に比例する評 価関数である。また、 $\mathbf{a}_i$ は行列  $\mathbf{A}$ の第i行目のベクトル、  $b_i$ はベクトル  $\mathbf{b}$ の第i行目の要素を表す。

〈4・2〉 初期状態変数条件に対する楕円体近似の有無による比較 微動ステージの質量は  $M_f = 6 \text{ kg}$ , サンプリン グ周期は  $\tau = 200 \,\mu \text{s}$ , 終点の状態変数は  $[X_F, V_F, u_F]^T =$  $[0.4, 0.1, 0]^T$ とする。制御入力の上限値は  $u_{\text{lim}} = 5.0 \text{ N}$ に 設定した。 $X_0$ 軸,  $V_0$ 軸,  $u_0$ 軸のそれぞれの方向に対し て,適当な間隔の格子点を考え,式 (20) の最適化問題を 解き,楕円体近似の有無による比較を行う。ステップ数が N = 100, 300, 500の場合に対して計算を行った。その際, 最適化問題式 (20)を MATLAB の ToolBox である YALMIP を用いて主双対内点法により計算した<sup>(12)</sup>。ステップ数が N = 100, 300, 500のときの比較を図5に示す。図5(d)-(f) はそれぞれ図5(a)-(c)の領域における微動ステージが後述 の目標軌道に完全に追従していると仮定したとき,それぞ れの時点において存在すべき状態での断面図である。黒色 の部分が,元の初期状態変数条件であり,赤色の部分が近 似楕円体に含まれる部分である。

図 5(a)-(c) より,初期状態変数条件は時変な領域で与え られ,ステップ数が短くなるほど範囲が小さくなることが 分かる。また,初期状態変数条件には含まれるが近似楕円 体には含まれない領域が存在するため,判定が保守的にな ることが分かる。

〈4・3〉 近似楕円体の実装法 第4・1 節より,初期状態 変数集合を楕円体により近似することで,制約式の数を大 幅に削減することができた。しかし,全てのステップ数 Nに対して,楕円体のパラメータを保存しておくことは実装 上現実的ではない。本節では楕円体を関数化する方法につ いて述べる。式 (19) より楕円体の変化を表すためには,P及びcの変化を追えばよい。ステップ数 N を 50 から 500 まで 10 ステップ毎にデータをとり,最小 2 乗法を用いて多 項式または累乗近似することにより,P 及びcの変化を関 数化する。P は非対角項を持ち,そのままでは評価しにく いため回転行列により対角化することを考える。座標変換 はX - Z - Y オイラー角を用いた。X - Z - Y オイラー 角による座標変換は式 (21) で与えられる。

$$\boldsymbol{R}_{yrp}(\phi,\,\theta,\,\psi) = \begin{bmatrix} c_{\theta}c_{\psi} & c_{\phi}s_{\theta}c_{\psi} + s_{\phi}s_{\psi} & s_{\phi}s_{\theta}c_{\psi} - c_{\phi}s_{\psi} \\ -s_{\theta} & c_{\phi}c_{\theta} & s_{\phi}c_{\theta} \\ c_{\theta}s_{\psi} & c_{\phi}s_{\theta}s_{\psi} - s_{\phi}c_{\psi} & s_{\phi}s_{\theta}s_{\psi} + c_{\phi}c_{\psi} \end{bmatrix}$$
(21)

ただし,  $c_{\phi} = \cos \phi$ ,  $s_{\phi} = \sin \phi$ とする。 $R_{yrp}(\phi, \theta, \psi)$ を用 いて,  $x^* = Rx$ の変換を施すと,式 (19) は式 (22) で表すこ とができる。ただし,簡単のため c = O としている。

$$E(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}^{-2} \boldsymbol{x} \leq 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{x}^{*T} \boldsymbol{R} \boldsymbol{P}^{-2} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{x}^{*} \leq 1 \quad (22)$$

従って、Pの変化を評価するためには、回転角 $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ の 変化及び対角行列 $RP^{-2}R^{-1}$ の対角項の変化を評価すれ ばよいことが分かる。cの変化、回転角 $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ の変化及び 対角行列 $RP^{-2}R^{-1}$ の対角項の変化をそれぞれ図6(a)-(c)に示す。中心位置cの変化はすべて1次の多項式で近似し た。回転角 $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ の変化はそれぞれ1次,1次,2次の多 項式で近似した。また、対角行列 $RP^{-2}R^{-1}$ の対角項の変 化はそれぞれ1次の多項式、累乗関数、累乗関数で近似し た。以上より、楕円体の変化を関数化することができた。

#### 5. 実 験

本章では,第5·1節において,第4章で得られた関数を 用いることにより微動ステージの制御を始めるタイミング を自動的に判別できることを実験により示す。また,第5·2 節において,制御切り替えのタイミングを固定した場合と 提案法を用いた場合の比較を行う。

	Conventional			Proposed	
	Step N	Maximum Thrust [N]		Step $N$	Maximum Thrust [N]
Trail 1	300	4.12	Trail 7	298	3.64
Trail 2	300	4.58	Trail 8	277	4.08
Trail 3	300	5.45	Trail 9	277	4.23
Trail 4	300	5.94	Trail 10	392	4.27
Trail 5	300	6.38	Trail 11	333	4.37
Trail 6	300	6.48	Trail 12	413	4.54

表 2 Number of steps at switching control and maximum thrust.

 $\langle 5\cdot1 \rangle$  実験1 目標軌道を図7(a)に示す。図7(a) は 600 mm ステップ,最高速度400 mm/s,平均加速度 800 mm/s<sup>2</sup> とする位置に関して加減速時は5次多項式,定 速時は1次多項式を用いた軌道である。0.0sから0.5sが 加速領域,0.5sから1.5sが定速領域である。粗動ステー ジの目標軌道は,微動ステージの軌道に加えて加減速時に それぞれ1.0 mm分移動させる軌道を与えている。制御周 期は200  $\mu$ sとした。微動ステージ,粗動ステージのFB制 御はPID制御器により閉ループ系の極をそれぞれ-20 Hz, -20 Hz に重根配置した。

実験結果を図7に示す。実験の際は回転行列の特異点を 避けるために,オイラー角の代わりに図6(d)に示すクォー タニオンを用いた。図7(c)より,式(19)における左辺の値 が1よりも小さくなったとき初期状態変数が近似楕円体の 中に入ったと判定されていることが分かる。式(19)におけ る左辺の値が振動しているのは,微動ステージとロードセ ル間の接触により目標軌道に対する微動ステージの位置誤 差が振動しているためと考えられる。また,図7(d)より必 ずしもステップ数が小さいほうが楕円体の内部に存在しや すいとは限らないことが分かる。

〈5・2〉実験2 N=300のときにFSCを適用し始めるものを従来法とする。初期状態変数集合の近似楕円体を用いた制御切り替え条件を用いてFSCを適用し始めるものを提案法とする。それぞれ6回分の実験結果を図8に示す。また、それぞれの制御切り替え時のステップ数Nと微動ステージの最大推力をまとめたものを表2に示す。従来法では指定した推力制約を破ってしまう場合が存在するが、提案法ではすべての場合において指定した推力制約を破らないことが分かる。本実験では推力の変化を見るために実験機の推力制約は余裕をもって設定したが、推力制約を実際に5.0Nに設定した場合、従来法では推力が飽和し、ワインドアップにより制御性能が悪化する可能性がある。一方、提案法では推力が飽和しないため制御性能は悪化しないと考えられる。

### **6.** まとめ

本稿では、文献(9)において導出した推力制約を持つFSC における初期状態変数条件を実装するために、楕円体近似 を用いた手法を提案した。楕円体のパラメータを関数化す ることにより、推力制約を満たしつつ微動ステージの制御 を始めるタイミングを自動的に判別できること及び提案法 の有効性を実験により示した。このことにより推力制約を 持つFSCにおける初期状態変数条件が制御切り替えの指標



Fig. 8. Thrust of the fine stage in acceleration region.

のひとつになることを示した。

# 参考文献

- H. Butler, "Position Control in Lithographic Equipment," *IEEE Control Systems*, vol. 31, pp. 28–47, 2011
- (2) T. Oomen, R. van Herpen, S. Quist, M. van de Wal, O. Bosgra, M. Steinbuch, "Connecting System Identification and Robust Control for Next-Generation Motion Control of a Wafer Stage," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, pp. 102–118, 2014
- (3) Y. Choi, D. Gweon, "A High-Precision Dual-Servo Stage Using Halbach Linear Active Magnetic Bearings," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 16, pp. 925–931, 2013
- (4) J. Yang, X. Pei, "Seek time and trajectories of time optimal control for a dual stage optical disk drive actuator," *IEEE Trans Magnetics*, vol. 32, no. 5, pp. 3857–3859, 1996
- (5) K. Mori, T. Munemoto, H. Otsuki, Y. Yamaguchi, K. Akagi, "A dual-stage magnetic disk drive actuator using a piezoelectric device for a high track density," *IEEE Magnetics*, vol. 27, no. 6, pp. 5298–5300, 1991
- (6) Y. Yazaki, H. Fujimoto, Y. Hori, K. Sakata, A. Hara, K. Saiki, "Proposal of Setting Time Shortening Control for High-precision Stage with Decouplable Structure of Fine and Coarse Part," *IEEJ MEC-14–066*, pp. 61–66, 2014 (In Japanese)
- (7) T. Takayoshi, H. Nishimura, "Final-state control using compensation input," *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol. 30, pp. 253–260, 1994
- (8) M. Hirata, T. Hasegawa, K. Nonami, "Short Track-seeking Control of Hard Disk Drives by Using Final-state Control," *IEEJ Trans Industry Applications*, vol. 125, pp. 524–529, 2005
- (9) Y. Yazaki, H. Fujimoto, "Activation Condition Using Initial State Variables in Final-State Control with Thrust Limitations," *IEEJ MEC-14-153*, pp. 33–38, 2014 (In Japanese)
- (10) S. Boyd, L. Vandenberghe, "Convex Optimization,"Cambridge University Press, pp. 400–401, 406–408, 449–452, 598–602, 2004
- (11) T. Tanaka, H. Mitsuo, "Determination of the end of track seeking of hard disk drives using a maximal output admissible set," *IEEJ MEC-13-163*, pp. 25–30, 2013 (In Japanese)
- (12) MathWorks, http://www.mathworks.com/help/optim/ ug/linear-programming-algorithms.html?s\_tid= gn\_loc\_drop



Fig. 5. Condition of initial state variables using an approximated ellipsoid.





Fig. 6. The change of parameters of the approximated ellipsoid.





stage.





(d) Enlarged view of Fig. 7(c).

図7  $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c})$ の変化 Fig.7. The change of  $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c})$ .