

GKYP 補題に基づく一般化繰り返し制御を応用した 分数次数繰り返し制御器の基礎検討

兼松正人*, 藤本博志 (東京大学)

Fundamental Study for a Fractional Order Repetitive Control
Using Generalized Repetitive Control Based on GKYP lemma
Masato Kanematsu*, Hiroshi Fujimoto (The University of Tokyo)

Abstract

Interior Permanent Magnet Synchronous Motors(IPMSMs) are widely used for industrial applications. IPMSMs has a lot of advantages, such as high efficiency, high torque density and so on. In such a drive system, harmonic current appears inevitably and harmonic current control technique is used for the compensation. Repetitive control is known as a useful harmonic current compensation method and realized by adding a specific number of a sampling period according to the frequency of repetitive disturbance. Such a discrete delay must be an integer of sampling period. However, it has fractional term in a specific frequency region of the disturbance. This paper proposes a novel fractional order repetitive control using Generalized Repetitive Control(GRC), which is based on Generalized KYP lemma proposed by S.Hara. GRC is compared with Lagrange interpolation method, which is used for fractional order repetitive control. The effectiveness of the proposed designing method is verified through simulations and the experiments.

キーワード：高調波電流制御、GKYP 補題、一般化繰り返し制御、線形行列不等式、分数次数繰り返し制御
(Harmonic current Control, Generalized KYP lemma, Generalized Repetitive Control, Linear Matrix Inequality, Fractional Order Repetitive Control)

1. 序 論

産業応用分野の制御においてモデル化が難しい周期外乱はいろいろな機器にて現れる。モータドライブ時の高調波電流問題、アクティブフィルタでの高調波電流、ハードディスクの周期外乱などが代表的なものとしてある。永久磁石同期モータ (PMSM) などの 3 相駆動のモータに限ると、高調波電流はインバータのデットタイム、電流センサのオフセット、測定誤差や永久磁石起磁力の高調波成分、インダクタンスの高調波成分など様々な要因により発生し、1, 5, 7, 11, 13 次などの代表的な次数を持つ。高調波電流をいかに制御するかという問題はモータドライブのみに限らず、変圧器、アクティブフィルタをはじめとする電気機器においては常に重要な課題である。

一般に目標信号に対して追従偏差を 0 にするためには制御器が目標信号や外部信号のモデルと同一因子を持つことで実現出来る。これは内部モデル原理としてよく知られている。この原理に基づき様々な高調波電流制御が提案されてきた。電流制御に限定すれば、文献 (1)-(4) にて高調波電流への追従偏差を 0 にすることを初めて実現している。一般に内部モデル原理を利用して高調波電流を制御する際には、開ループ伝達関数が制御したい高調波電流周波数にて無限大のゲインを持てばよい。この特性を実現するためには大きく分けて 2 つの手法がある。

1 つ目は制御したい高調波周波数に同期する座標系を取

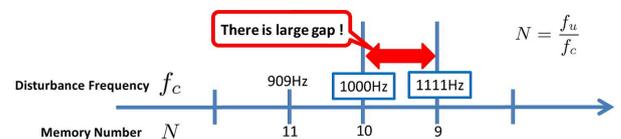


図 1 繰り返し制御におけるメモリ段数の分数次数問題

りその座標系にて積分器を用いる方法である。この手法は 2 回正弦余弦の計算が必要であるが、制御器自体は大変簡単に実装でき直観的にも分かり易い反面、設計パラメータが少なく感度関数への影響を考慮することは難しい。代表的なものとしてマルチベクトル制御⁽⁵⁾や適応フィードフォワード制御器⁽⁶⁾などがある。2 つ目は特定周波数で無限大ゲインを持たせるように制御系を作る手法であり、共振制御器や繰り返し制御器⁽⁷⁾などが知られている。

繰り返し制御は比較的計算量が少なく、産業界で広く用いられている。繰り返し制御器は遅延要素を測定したデータをメモリに格納することで実現するため、必要な遅延段数はサンプリング周波数 f_u によって決まる。ここで外乱基本周波数 f_c と遅延段数 N は次式の関係がある。

$$N = \frac{f_u}{f_c} \quad (1)$$

遅延段数は整数でなければならないが、外乱基本周波数によっては整数とはならず、分数となる。外乱周波数が低い際

には単純に整数に近似することでも十分な精度が得られるが、外乱周波数が高い際にはこの近似はうまくいかず、そのために非整数の遅延要素が必要となる。一例として、図1ではサンプリング周波数 $T_u = 10\text{kHz}$ の時の外乱周波数 f_c とメモリ段数 N の関係を図示したものである。図1から、外乱周波数 $f_c = 1\text{kHz}$ 周辺では、メモリ段数が1変化する間に外乱周波数が100Hz前後も変動する。このため、繰り返し制御器を広範囲な周波数に適用するためにはメモリ段数 N が分数となる分数次数繰り返し制御器が必要となる。この問題は信号処理の分野では分数遅延 (Fractional Delay : FD) として知られている⁽¹⁴⁾。FDは一般的にLagrange補間法によりFIRフィルタとして実現出来ることが知られているが、FDの次数と後段に必要なLPFを個別に設計する必要があり、体系的に設計することが難しい問題であった。また、Lagrange補間法の欠点として、低周波領域での近似精度は良好だが、高周波領域では振幅特性の近似精度が悪く、高周波領域でのFDの実現は難しいものとして知られている。繰り返し制御へのFDの応用は、文献⁽¹⁶⁾⁽¹⁵⁾などの例がある。

本稿では、2007年にKULeuvenのG.Pipeleers, J.Sweversらにより提案された一般化繰返し制御⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ (Generalized Repetitive Controller : GRC) を用いて体系的な分数次数繰り返し制御器の設計法を提案する。本手法を用いると周波数領域に依らず簡単に分数次数繰り返し制御器が設計でき、また整数次数繰り返し制御器に必要なLPFの設計も同様の枠組みにおいて扱える。更にFIRフィルタ次数と制御器に持たせたい特性をGKYP補題の枠組みで記述することで一意にフィルタ係数が計算出来る。本稿では従来法であるLagrange補間とLPFを組み合わせた制御器との比較検討により解析及び実験において提案法の有効性を示す。

2. 分数次数繰り返し制御器のためのLagrange補間法

Lagrange補間法によるFDの実現は式(2)を用いて実現出来る。

$$H(z, D) := \sum_{k=0}^{N_1} h(k, D) z^{-k} \quad (2)$$

$$h(k, D) := \prod_{l=0, l \neq k}^{N_1} \frac{D-l}{k-l} \quad (3)$$

D ($0 < D < 1$): 分数次数遅延段数、 N_1 : Lagrange補間法を用いる際の次数であり、 $N_1 = 1$ は線形補間と一致する。 $N_1 = 1, 2, 3$ の際のLagrange補間法によるFIRフィルタ係数の計算結果を表2に示す。Lagrange補間によるFDの概念図を図2に示す。

3. 一般化繰返し制御の概要

一般化繰返し制御は、KULeuvenのG.Pipeleers, J.Sweversらにより提案された制御系⁽⁸⁾であり、従来の繰返し制御と比較して以下の特徴を持つ。

- ・ 抑圧周波数に依らず自由にメモリ段数を選べる。

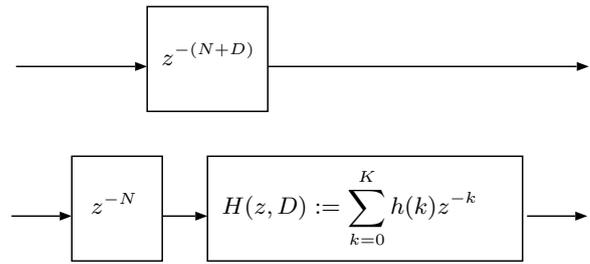
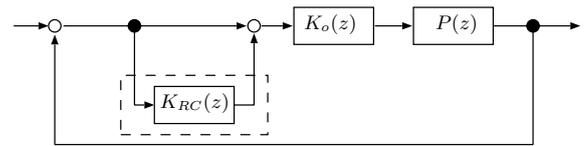
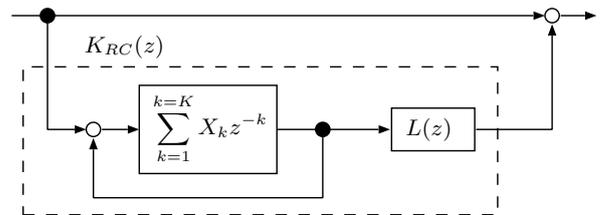


図2 Lagrange補間の概念図



(a) 全体図



(b) $K_{RC}(z)$ の拡大図

図3 一般化繰返し制御器のブロック図

- ・ GKYP補題を用いて持たせたい制御系の特性をLMI条件として解くことが出来る。

日本でも残間らが高周波数領域でのロバスト安定性や可変速域への応用を目的として研究を行っている⁽¹²⁾⁽¹³⁾。GRCの利点は低周波から高周波までの特性を任意に整形出来る点において優れている一方、先行研究で示されている設計例では膨大なメモリ量及び積演算が必要となる欠点がある。

〈3・1〉 一般化繰返し制御のブロック図 一般化繰返し制御では、修正感度関数 (modifying sensitivity function) $M_s(s)$ に関する有限周波数領域に対するゲイン条件をLMIを用いて解く。制御器のブロック図を図3に示す。まず、繰返し制御器がない時の感度関数 $S_o(z)$ 及び相補感度関数 $T_o(z)$ は、式(4)(5)となる。

$$S_o(z) = \frac{1}{1 + P(z)K_o(z)} \quad (4)$$

$$T_o(z) = \frac{P(z)K_o(z)}{1 + P(z)K_o(z)} \quad (5)$$

繰返し制御器が存在する際の感度関数 $S(z)$ は、式(6)となる。

$$S(z) = S_o(z)M_s(z) \quad (6)$$

N_1	$h(0)$	$h(1)$	$h(2)$	$h(3)$
1	1-D	D	-	-
2	$(D-1)(D-2)/2$	$-D(D-2)$	$D(D-2)/2$	-
3	$-(D-1)(D-2)(D-3)/6$	$D(D-2)(D-3)/2$	$-D(D-1)(D-3)/2$	$D(D-1)(D-2)/6$

表 1 Lagrange 補間法による FIR フィルタ係数 ($N_1 = 1, 2, 3$ の場合)

$$M_S(z) := \frac{1}{1 + K_{RC}(z)T_o(z)} \quad (7)$$

ここで $M_S(z)$ は繰返し制御器による感度関数の変化を表す項である。

$K_{RC}(z)$ の設計は以下のように行われる。まず繰返し制御器と補正項 $L(z)$ を用いて、 $K_{RC}(z)$ は式 (9) とする。

$$X(z) := \sum_{k=1}^K X_k z^{-k} \quad (8)$$

$$K_{RC}(z) = \frac{X(z)}{1 - X(z)} L(z) \quad (9)$$

式 (8), (9) を式 (7) に代入し整理すると、式 (10) となる。

$$M_S(z) = \frac{1 - X(z)}{1 - X(z)[1 - L(z)T_o(z)]} \quad (10)$$

ここで $L(z)$ は相補感度関数 $T_o(z)$ に対して零位相誤差追従制御 (Zero Phase Error Tracking Control : ZPETC) ⁽¹⁷⁾ を用いて設計すると、式 (11) が成立する。

$$M_S(z) = 1 - X(z) \quad (11)$$

$X(z)$ 及び $M_S(z)$ を状態空間表現すれば、式 (12)(13) となる。

$$X(z) \rightarrow^{ss} \begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0_{K-1,1} & I_{K-1} \\ 0 & 0_{1,K-1} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{K-1,1} \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_1 &= [X_K \quad X_{K-1} \quad \dots \quad X_1], D_1 = [0] \end{aligned} \quad (12)$$

$$M_S(z) \rightarrow^{ss} \begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0_{K-1,1} & I_{K-1} \\ 0 & 0_{1,K-1} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_{K-1,1} \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_2 &= [-X_K \quad -X_{K-1} \quad \dots \quad -X_1], D_2 = [1] \end{aligned} \quad (13)$$

〈3・2〉 GRC の周波数特性の定式化 高調波電流制御系の感度関数を考えると、GRC は下記の 3 つの特性を持つ必要がある。

特性 1. 高周波領域での制御系の安定性 (高周波領域での感度関数の低減)

特性 2. 抑制対象でない周波数での感度関数悪化の阻止

特性 3. 抑制対象周波数での感度関数低減

この制御系の特性を定式化するとそれぞれ式 (14) - (17) となる。

$$X^* = \operatorname{argmin} \gamma_{p,\Delta} + \alpha \gamma_{np} \quad (14)$$

$$\text{subject to} \quad |X(\omega)| \leq \varepsilon, \quad \forall \omega \geq \omega_\varepsilon \quad (15)$$

$$\|M_S(\omega)\|_\infty \leq \gamma_{np} \quad (16)$$

$$V_l |M_S(\omega)| \leq \gamma_{p,\Delta}, \quad \forall \omega \in \omega_l \quad (17)$$

$$\Omega_l = [l\omega_0(1 - \Delta), l\omega_0(1 + \Delta)]$$

ここで式 (15) - (17) はそれぞれ特性 1 - 3 をゲイン特性にて表したものである。図 4 にこれらのパラメータを図示する。

〈3・3〉 GRC の周波数特性の LMI による表現 原、岩崎らにより提案された GKYP 補題を用いると有限周波数領域でのゲイン特性を等価な LMI 条件に変換出来る ⁽¹¹⁾。この高調波電流制御のための修正感度関数最適化問題に適用した結果のみ示すと、

式 (15) \Leftrightarrow

$$\begin{bmatrix} A^T P_1 A - P_1 & A^T P_1 B & C_1^T \\ B^T P_1 A & B^T P_1 B - \varepsilon^2 I & D_1^T \\ C_1 & D_1 & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Q_1 A - A^T Q_1 + 2 \cos(\omega_\varepsilon T_u) Q_1 & -Q_1 B & 0 \\ -B^T Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (18)$$

$$Q_1 \geq 0 \quad (19)$$

式 (16) \Leftrightarrow

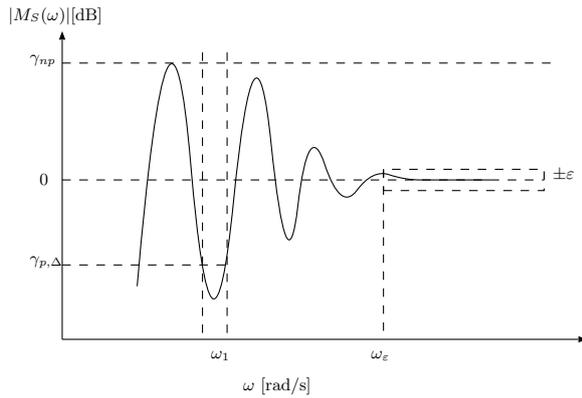
$$\begin{bmatrix} A^T P_2 A - P_2 & A^T P_2 B & C_2^T \\ B^T P_2 A & B^T P_2 B - \gamma_{np}^2 I & D_2^T \\ C_2 & D_2 & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (20)$$

式 (17) \Leftrightarrow

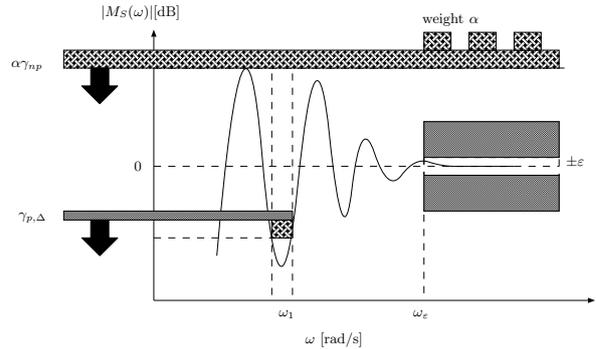
$$\begin{bmatrix} A^T P_3 A - P_3 & A^T P_3 B & C_2^T \\ B^T P_3 A & B^T P_3 B - \gamma_{p,\Delta}^2 I & D_2^T \\ C_2 & D_2 & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\eta_2 Q_3 A - \eta_1 A^T Q_3 + \eta_3 Q_3 & \eta_2 Q_3 B & 0 \\ \eta_1 B^T Q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (21)$$

$$Q_3 \geq 0 \quad (22)$$

と等価な LMI 条件が導かれる。ここで、 $\eta_1 := e^{j\omega_0 T_u}$, $\eta_2 := e^{-j\omega_0 T_u}$, $\eta_3 := \cos(\omega_0 \Delta T_u)$ であり、 P_i, Q_j は全て対称行列



(a) LMI 設計パラメータの定義



(b) GKYP 補題による感度関数最適化の概念図

図 4 LMI 設計パラメータの定義と GKYP 補題による最適化の概念図

である。なお、LMI 条件 (21) は複素 LMI 問題であり、これは 2 倍のサイズの実 LMI 条件に変換出来るため、実 LMI 問題に変換して解いている。一般化繰返し制御器は、LMI 条件 (18) - (22) を連立させて評価関数 (14) を最小化するような解を求めることで得られる。なお LMI は YALMIP⁽¹⁸⁾ で記述し、ソルバーは SDPT3⁽¹⁹⁾ を用いて解いている。

4. 従来法と提案法の解析による性能比較

本節では Lagrange 補間法と零位相 LPF による分数次数繰返し制御器 (以下従来法) と GKYP 補題により最適化された分数次数繰返し制御 (以下提案法) の性能比較を行う。なお、比較の際にはまず従来法にて分数次数繰返し制御器を設計し、同様のフィルタ係数構造及びカットオフ周波数にて GKYP 補題にてフィルタ係数を最適化する。

〈4・1〉 Lagrange 補間法と零位相 LPF による分数次数繰返し制御 (従来法) 従来法ではまず、サンプリング周波数 f_u と外乱基本周波数から N 及び D を決定する。

$$N + D = \frac{f_u}{f_c} \quad (23)$$

$$N := \text{int} \left[\frac{f_u}{f_c} \right] \quad (24)$$

この時従来法の制御器は式 (25) となる。

$$H(z) = z^{-N} H(z, D) Q(z) \quad (25)$$

$$Q(z) := \left(\frac{z + \gamma + z^{-1}}{\gamma + 2} \right)^{N_2} \quad (26)$$

ここで従来法の設計パラメータは Lagrange 補間時の次数 N_1 及び零位相 LPF $Q(z)$ のパラメータ γ, N_2 である。従来法の次数の決定法として体系化された方法が著者らが調べた限り見当たらなかったため後述の設計例では試行錯誤にて設計している。

〈4・2〉 GRC による分数次数繰返し制御 (提案法) 式 (25) は式 (27) と変形出来る。

	設計定数 (従来法)		設計定数 (提案法)
N_1	2	ε	0.05
N_2	3	ω_ε	2.5kHz
γ	2	γ_{np}	2
		Δ	0.01

表 2 設計例 1 の設計パラメータ

$$X(z) = \sum_{k=N-N_2}^{N+N_1+N_2} X'_k z^{-k} \quad (27)$$

提案手法である GRC による分数次数繰返し制御のフィルタ係数 X_k は従来法が用いているフィルタ係数部分 ($N - N_2 \leq k \leq N + N_1 + N_2$) のフィルタ係数を GKYP 補題を用いて最適化し求める。従来法と提案法は FIR フィルタ段数や計算量、メモリ量も全く同一であり、フィルタ係数とその計算法のみが違う。

〈4・3〉 解析結果と考察 解析条件はサンプリング周波数 $f_c = 10\text{kHz}$ とし、抑圧周波数はモータドライブ応用を考え 6 次及び 1 2 次高調波抑制を考える。これは式 (17) において ω_0 に 6 次高調波電流周波数を取り、 $l = 1, 2$ を考慮することである。設計例 1 では $f_c = 488\text{Hz}$ とし、この時 $N = 20, D = 0.5$ である。設計例 2 では $f_c = 952\text{Hz}$ とし、この時 $N = 10, D = 0.5$ である。また先行研究との公平な比較のため、非抑圧外乱周波数に対する特性に対し制約を設けることとし、抑圧特性 $\gamma_{np} = 2$ と固定の値を用いて LMI を解いている。その他の従来法及び提案法の設計パラメータを表 2 及び 3 に示す。設計した従来法と提案法の修正感度関数 $M_S(\omega)$ の周波数特性を図 5 及び図 6 に示す。図 5(a)6(a) からカットオフ周波数が等しいことが確認出来る。また図 5(b)、図 6(b) から低周波数領域では従来法と提案法の違いはあまり見られないが抑圧周波数が高くなるほど提案法の方が外乱抑圧効果が顕著となる。これは抑圧周波数とカットオフ周波数が近接するほど急峻な LPF

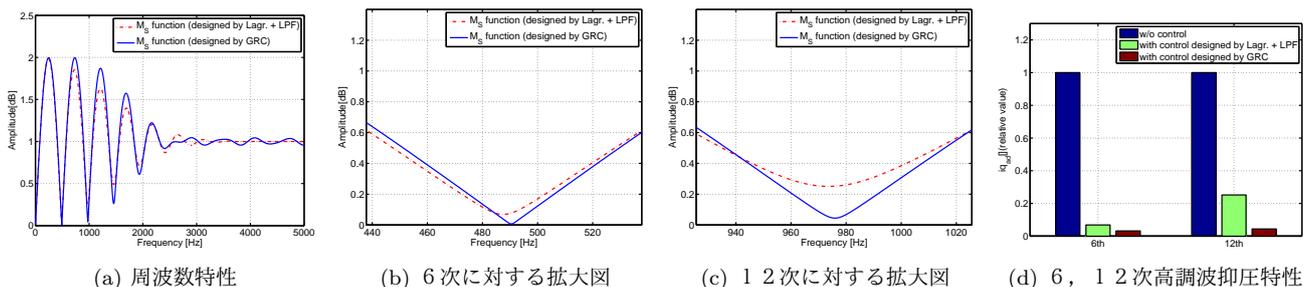


図5 設計例1：解析による修正感度関数の比較結果（抑圧周波数は488Hz：6次、976Hz：12次）

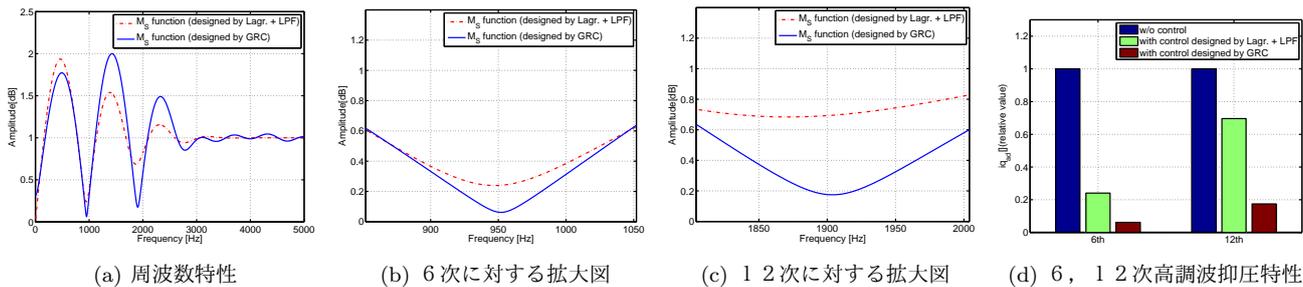


図6 設計例2：解析による修正感度関数の比較結果（抑圧周波数は952Hz：6次、1.91kHz：12次）

	設計定数 (従来法)		設計定数 (提案法)
N_1	2	ε	0.05
N_2	3	ω_ε	3kHz
γ	2	γ_{np}	2
		Δ	0.01

表3 設計例2の設計パラメータ

を FIR フィルタで実現しないと出来ないが Lagrange 補間
が持つ LPF 特性と後段の LPF 特性が同時最適化出来ないため提案法の方が外乱抑圧効果が大きくなる。また、
Lagrange 補間法は低周波領域では FD のよい近似となっているが高周波領域では近似精度が劣化することが知られて
おり⁽¹⁴⁾、そのことは図 6(c) の従来法の結果からもわかる。そのため高周波領域まで広範囲に繰り返制御を用いる際
には GKYP 補題により最適化した GRC を用いた方が外乱抑圧効果が大きくなる。

5. 従来法と提案法の実験による性能比較

本節では設計例1に対応する一般化繰り返し制御の実験
結果を示す。モータ回転数は $N = 813[\text{rpm}]$ である。 $K_o(z)$
は時定数を $\tau = 1e3$ とした極零相殺型 PI 制御器を Tustin
変換にて離散化したものを用いている。実験では、 q 軸電
流制御系に対し GRC 制御器を導入している。なお ZPETC
は1つ先の指令値が必要となるため、GRC の FIR フィル
タ構造を1段シフトしたものを用いる。本稿では dq 軸基本
波電流指令値は 0 A とした実験結果を図7に示す。図7(e)
から従来法及び提案法とも6次及び12次成分高調波を大
幅に低減出来ている。また実験においても解析結果である

図5(d)と同様に提案法の方が6次及び12次成分において
低減効果が大きくなった。図5(d)と比較すると実験におい
て12次成分の低減効果が若干少ないが、これは非干渉制
御のパラメータ誤差等が影響があると考えている。

6. 本稿のまとめと今後の方針

内部モデル原理に基づく周期外乱抑制制御手法は非常に
多くの手法が提案されているが、多目的かつ多様な仕様を
満たす高調波制御器は GKYP 補題を用いた一般化繰り返し
制御を用いると大変容易に扱える。本稿では、従来の分数
次数繰り返し制御が一般化繰り返し制御の枠組みで設計す
ることで大幅な性能改善が行えることを示した。また提案
法は非常に直感的であり制御性能を決める変数を直接 LMI
に組み込める点で大変設計しやすい手法である。

本稿では外乱周波数により分数次数となる場合の繰り返
し制御器の設計法を扱ったが、今後は一般化繰り返し制御
の枠組みを通して可変速域に対する周期外乱抑制制御など
に関しても検討を行う予定である。

参考文献

- (1) Y.Sato, T.Ishizuka, K.Nezu, T. Kataoka: "A new control strategy for voltage-type PWM rectifiers to realize zero steady-state control error in input current", IEEE Trans. Ind. Appl., Vol.34, No.3, pp.480-486, 1998
- (2) D.Zmood, D.Holmes, G.Bode: "Frequency-domain analysis of three-phase linear current regulators", IEEE Trans. Ind. Appl., Vol.37, No.2, pp.601-610, 2001
- (3) D.Zmood, D.Holmes: "Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error", IEEE Trans. Power Electronics, Vol.18, No.3, pp.814-822, 2003

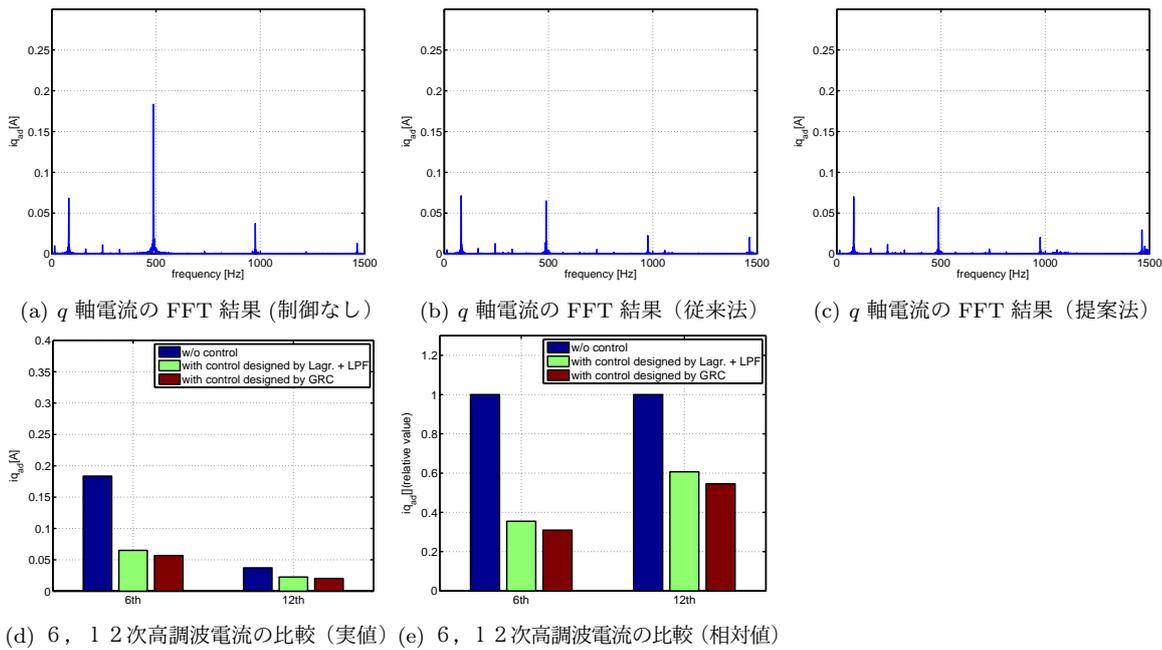


図7 一般化繰返し制御を用いた分数次数繰返し制御による高調波電流制御 (実験結果)

- (4) X. Yuan, W. Merk, H. Stemmler, J. Allmeling: "Stationary-frame generalized integrators for current control of active power filters with zero steady-state error for current harmonics of concern under unbalanced and distorted operating conditions", IEEE Ind. Appl., Vol.38, No.2, pp.523-532, 2002
- (5) K. Yoshimoto and Y. Kitajima: "A Novel Harmonic Current Control for IPMSMs", International Power Electronics Conference Nigata(IPEC2005), pp.2042-2048, 2005
- (6) 奥山 淳, 藪井 将太, 熱海 武憲: "適応フィードフォワード制御器の位相条件を考慮した設計法", IEEJ Ind. Appl., Vol.132, No.10, pp.1009-1015, 2012
- (7) 中井孝洋, 藤本博志: "完全追従制御に基づく繰返し制御を用いた PM モータの高調波電流抑制法の提案", SPC-07-37, pp.37-42, 2007
- (8) G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. Swevers, and J. De Schutter: "Robust high-order repetitive control: optimal performance trade-offs", Automatica, 44(10), pp.2628-2634, 2007
- (9) G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. D. Schutter, and J. Swevers: "Generalized repetitive control: relaxing the period-delay-based structure", IET Control Theory and Applications, Vol. 3, No. 11, pp. 1528-1536, 2009
- (10) G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. D. Schutter, J. Swevers, and F. Al-Bender: "Optimal performance tradeoffs in repetitive control: Experimental validation on an active air bearing setup", IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol. 17, No. 4, pp. 970-979, 2009
- (11) T. Iwasaki, S. Hara: "Generalized KYP lemma: unified frequency domain inequalities with design applications", IEEE Trans. Automatic Control, Vol.50, No.1, pp.41-59, 2005
- (12) Zanma Tadanao, Morimoto Masaya, Yubai Kazuhiro: "Suppression of Harmonic Current for IPMSM using Generalized Repetitive Control", IEEJ Journal of Ind. Appl., Vol.3, No.3, pp.214-220, 2014
- (13) M. Morimoto, T. Zanma, M. Ishida, K. Yubai, J. Hirai: "Suppression of harmonic current for variable speed IPMSM using generalized repetitive control", 平成 23 年電気学会産業応用部門大会, pp.275-278, 2011
- (14) T. I. Laakso, V. Valimaki, M. Karjalainen, and U. K. Laine: "Splitting the unit delay: Tools for fractional delay filter design", IEEE Signal Process. Mag., Vol.13, No.1, pp.30-60, 1996
- (15) G. Escobar, M. Hernandez-Gomez, A. A. Valdez-Fernandez, M. J. Lopez-Sanchez, G. A. Catzin-Contreras: "Implementation of a $6n\pm 1$ Repetitive Controller Subject to Fractional Delays", IEEE Ind. Ele., Vol.62, No.1, pp.444-452, 2015
- (16) Z. Zou, K. Zhou, Z. Wang and M. Cheng: "Fractional-order repetitive control of programmable AC power sources", IET Power Electron., Vol.7, No.2, pp.431-438, 2014
- (17) M. Tomizuka: "Zero phase error tracking algorithm for digital control", Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 109, No.1, pp. 65-68, 1987
- (18) J. Lofberg: "YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB", in Proc. of IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design, pp. 284-289, 2004
- (19) K. C. Toh, M. J. Todd, and R. H. Tutuncii: "SDPT3-a MATLAB software package for semidefinite programming, version 1.3", Optimization, Vol. 3, No. 11, pp. 545-581, 1999